

Laserinterferometrie

Seminar: Wechselwirkung intensiver Laser- und Ionenstrahlen mit Materie

Marco Möller

09.06.2008

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Einleitung - Doppelspalt	2
3	Zweistrahlinterferometer	2
3.1	Michelson-Interferometer	2
3.2	GEO600 / LISA	3
3.3	Twyman-Green-Interferometer	4
3.4	Laser-Doppler-Vibrometer	4
3.5	Laser-Doppler-Anemometer	5
3.6	Sagnac-Interferometer	5
3.7	Ring Laser	6
3.8	Jamin-Interferometer	6
3.9	Mach-Zehnder-Interferometer	6
3.10	Wollaston-Interferometer	7
4	Mehrstrahl Interferenz	8
4.1	Gitter	8
4.2	Fabry-Pérot-Interferometer	9

1 Einleitung

Diese Seminararbeit befasst sich mit verschiedenen Typen von (Laser)interferometern[3] und deren Anwendung.

2 Einleitung - Doppelspalt

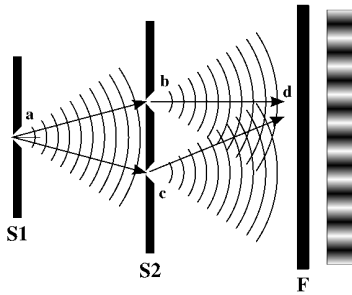


Abb. 1: Doppelspalt Exp.[4] Als Motivation für die kommenden Interferometer betrachten wir zunächst den Doppelspalt. Hier interferieren 2 Kugelwellen wie in Abb. 1 gezeigt miteinander und ergeben ein streifenförmiges Interferenzmuster. Die Bedingung für konstruktive Interferenz (Maxima) ist das Aufeinandertreffen zweier Wellenberge. Das bedeutet, dass der Weglängenunterschied der beiden Teilstrahlen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge sein muss:

$$\Delta s = \overline{db} - \overline{cd} = n\lambda \quad (1)$$

Für destruktive Interferenz (Minima) hingegen müssen Wellenberg und Wellental zusammenfallen, was bedeutet, dass eine der Wellen einen um $\frac{\lambda}{2}$ längeren Weg zurückgelegt hat als bei der konstruktiven Interferenz:

$$\Delta s = \overline{db} - \overline{cd} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (2)$$

Hier zeichnen sich nun schon die ersten Anwendungen und Verbesserungsmöglichkeiten ab. Zum einen könnte das entstandene Streifenmuster als "Licht-Lineal" benutzt werden um mit ihm andere Größen zu messen. Hierfür würde es sich anbieten wenn die Streifen schärfer wären. Auch wäre es interessant die beiden interferierenden Teilstrahlen räumlich zu trennen und so mit Hilfe der Interferenz Unterschiede in ihren Ausbreitungsbedingungen zu bestimmen. Beides wird im Folgenden diskutiert.

3 Zweistrahlinterferometer

3.1 Michelson-Interferometer

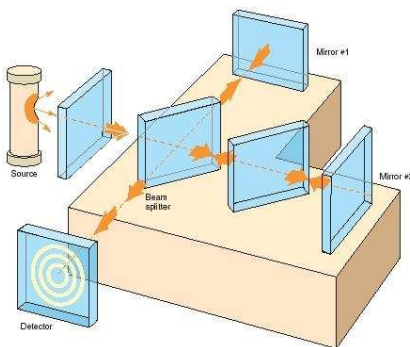


Abb. 2: Michelson-Interf.[5]

Das Hauptaugenmerk ist in dieser Seminar-Ausarbeitung auf die Zweistrahlinterferometrie gelegt. Das bekannteste Zweistrahlinterferometer ist das Michelson-Interferometer (Abb. 2) welches hier noch einmal kurz vorgestellt wird. Es besteht aus einer (Laser)lichtquelle deren Licht mithilfe eines $\approx 1:1$ Strahlteilers in zwei im 90° Winkel zueinander verlaufende Teilstrahlen aufgeteilt wird. Nach einer gewissen Weglänge werden diese Teilstrahlen zurückreflektiert und mithilfe des Strahlteilers auch wieder (teilweise) vereint. Auf einem hinter dem Vereinigungspunkt aufgestellten Schirm lässt sich nun ein Interferenzringsystem beobachten. Das es sich hier um Ringe anstatt Streifen handelt ist durch die Kugelgestalt der Wellenfront bedingt (Punktlichtquelle). Mit diesem Aufbau sind wir nun in der Lage die beiden interferierenden Teilstrahlen unterschiedlichen Ausbreitungsbedingungen auszusetzen. Neben der naheliegenden Anwendungsidee der Brechungsindexmessung wurde es z.B. für das Michelson-Morley Experiment von 1887 eingesetzt in dem die Ätherhypothese widerlegt wurde. Im speziellen unterscheidet sich dieser Zweistrahlinterferometertyp von den folgenden dadurch, dass das zu messende Objekt in einem Teilarm immer zweifach durchlaufen wird. Zudem müssen speziell für Licht mit einer kurzen Kohärenzzeit die beiden Interferometerarme innerhalb einer kleinen Toleranz gleich lang sein was in Experimenten teilweise schwierig zu realisieren sein kann.

3.2 GEO600 / LISA

Eine Anwendung des Michelson-Interferometers ist das Detektieren von Gravitationswellen. Gravitationswellen sind von der allgemeinen Relativitätstheorie vorausgesagte periodische Verzerrungen der Raumzeit wie sie beispielsweise von Doppelsternsystemen hervorgerufen werden. Diese Verzerrungen äußern sich nun bei einem Michelson Interferometer in der Stauchung des einen und der Streckung des anderen Spektrometerarms. In Abb. 3 sind einige Quellen und deren relative Raumverzerrungen / Frequenzen aufgezeichnet. Wie man sieht sind die relativen Längenänderungen mit $\frac{\Delta x}{x} \approx 10^{-22}$ sehr gering.

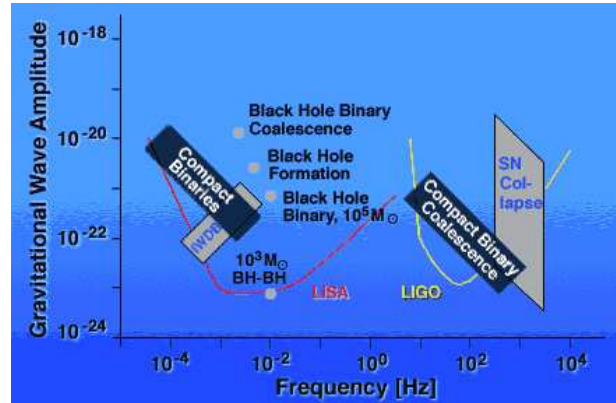


Abb. 3: Spektrum der Gravitationswellen[6]

Es gibt im Moment mehrere Gravitationswellendetektoren die im LIGO (Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory) Verbund zusammengeschlossen sind. Mit dabei ist auch das Projekt GEO600[7] das seit 2006 ein Spektrometer mit 600m Armlänge in der Nähe von Hannover betreibt. Wie man in Abb. 3 erkennen kann, ist der Frequenzbereich in dem LIGO empfindlich ist beschränkt und umfasst nur einen Teil der möglichen Quellen für Gravitationswellen. In etwa für das Jahr 2019 ist LISA[8] (Laser Interferometer Space Antenna) geplant, ein Gravitationswellendetektor aus 3 baugleichen Satelliten die zusammen ein gleichseitiges Dreieck am L1 Punkt zwischen Erde und Sonne bilden sollen (Abb. 4). Zusammen ergeben sie 3 unabhängige Michelson-Interferometer mit einer Armlänge von jeweils $5 \cdot 10^9$ m und einem Winkel von 60° zwischen den beiden Armen. Die Sensitivität auf Längenänderungen beträgt 10^{-11} m womit eine relative Genauigkeit von etwa $\frac{\Delta x}{x} \approx 10^{-22}$ erreicht wird, was auch bodengestützte Interferometer bereits schaffen. Der Vorteil ist der Frequenzbereich in dem LISA arbeiten wird. Diese Frequenzen sind auf der Erde aufgrund von seismischer Aktivität zu sehr gestört was ein Weltraum Interferometer wie LISA notwendig macht. Die hohe Genauigkeit in der Abstandsmessung wird über innerhalb der Satelliten frei schwebenden Massen geregelt. Diese sind gegenüber äußerer Krafteinwirkung sehr gut geschirmt und ermöglichen eine permanente Lagekorrektur des Satelliten der u.a. vom Sonnenwind angetrieben wird. Diese freischwebenden Massen werden zudem als Spiegel für die Interferometer benutzt um somit die Auswirkungen von Ungenauigkeiten in der Satellitenlage weiter zu verringern. Da die reflektierte Laserintensität nicht ausreicht die Strecke noch einmal zu durchlaufen wird stattdessen ein zweiter Laser in Phase mit der reflektierten Strahlung zurückgeschickt. Zum Erproben der Schlüsseltechnologien ist die Mission "LISA Pathfinder" für das Jahr 2009 geplant.

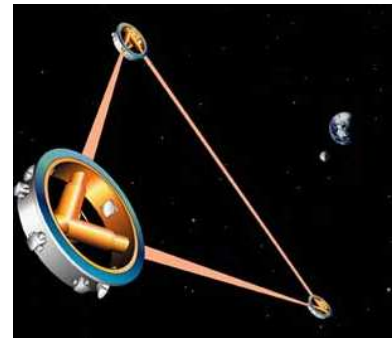


Abb. 4: LISA[9]

3.3 Twyman-Green-Interferometer

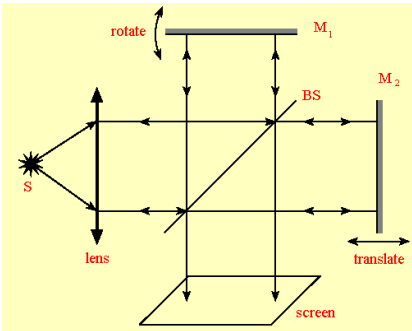


Abb. 5: Twyman-Green-I.[10]

entspricht nun einem Defekt dieser Komponente.

Das Twyman-Green-Interferometer [10] (Abb. 5) entspricht im Grundaufbau einem Michelson-Interferometer. In Abwandlung dazu wird ein breiter Strahl parallelen Lichts durch den Aufbau geschickt, so, dass je nach Längendifferenz der Schirm entweder komplett hell oder dunkel ist, aber sich *keine* Interferenzstreifen bzw. Ringe bilden. Durch leichtes Kippen eines der beiden Endspiegel entsteht nun ein absolut regelmäßiges Streifenmuster auf dem Schirm. Dieses Muster kann nun zur Qualitätsprüfung von optischen Komponenten wie Spiegeln und Linsen genutzt werden indem diese in den Strahlengang direkt von den Schirm eingebracht werden. Jede Abweichung von der erwarteten Abbildung des idealen Streifenmusters

3.4 Laser-Doppler-Vibrometer

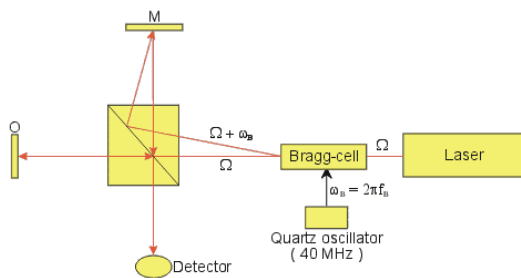


Abb. 6: Laser-Doppler-Vibrometer[11]

Umkehrungen der Bewegungsrichtung. Um dieses Problem zu lösen wird mit Hilfe einer Bragg-Zelle die Frequenz des Laserlichts in einem der beiden Interferometerarme um z.B. 40 MHz erhöht. Dies bewirkt ein "Vorbeiwandern" der Interferenzstreifen mit eben dieser Frequenz am Detektor. Jedes Verlängern der Messstrecke erhöht diese Frequenz, jedes Verkürzen senkt sie. Somit ist die Bewegungsrichtung bis zu einer gewissen Geschwindigkeit eindeutig feststellbar.

Das Laser-Doppler-Vibrometer[11] (Abb. 6) ist ebenfalls artverwandt mit dem Michelson-Interferometer. Hier wird einer der Spiegel durch eine Reflexion an einem Messobjekt ersetzt. Jede Längenänderung des zugehörigen Interferometerarms bewirkt nun ein "vorbeiwandern" von Interferenzstreifen am Detektor. Dieser Effekt kann ausgenutzt werden um Vibrationen von Oberflächen zu messen.

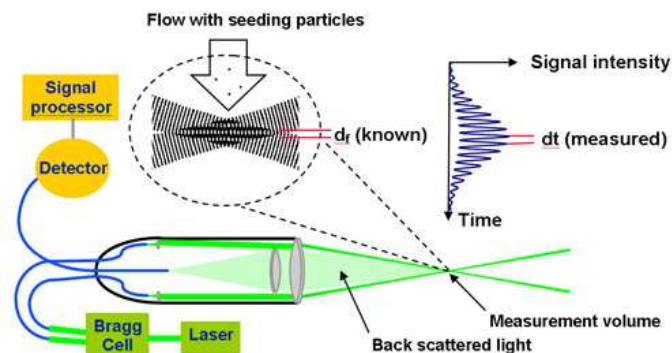


Abb. 7: Laser-Doppler-Anemometer[12]

3.5 Laser-Doppler-Anemometer

Das Laser-Doppler-Anemometer[12] (Abb. 7 auf der vorherigen Seite) detektiert im Gegensatz zu den bisher vorgestellten Interferometern das Interferenzmuster nicht, sondern nutzt es als sehr präzises "Lineal aus Licht". Das Streifenmuster wird in eine Flüssigkeit projiziert deren Strömungsgeschwindigkeit bestimmt werden soll. In diese Flüssigkeit eingebrachte Tracerpartikel senden nun beim passieren dieses Interferenzmusters Streulichtimpulse aus deren "Blinkfrequenz" proportional zur Strömungsgeschwindigkeit ist. Auch hier ergibt sich das Problem der Uneindeutigkeit in der Bewegungsrichtung wie mit dem Laser-Doppler-Vibrometer. Die dort genutzte Lösung der Verschiebung der Frequenz eines Interferometerarms und das daraus resultierende Wandern der Interferenzstreifen ist allerdings auch hier als Lösung einsetzbar.

3.6 Sagnac-Interferometer

Bei dem Sagnac-Interferometer[13] (Abb. 8) wird der Laser in 2 Teilstrahlen aufgeteilt die eine Fläche A entgegengesetzt umlaufen und anschließend zur Interferenz gebracht werden. Versetzt man nun den ganzen Aufbau in eine Rotation (mit Frequenz Ω) um eine zu A senkrechten Achse wird aufgrund der endlichen Lichtgeschwindigkeit der optische Weg für einen der Teilstrahlen kürzer und für den anderen länger. Somit verschiebt sich das Interferenzmuster. Die relative Streifenverschiebung (Verschiebungsdistanz geteilt durch Streifenbreite) ist gegeben durch

$$\Delta = \frac{4A\Omega}{\lambda c}. \quad (3)$$

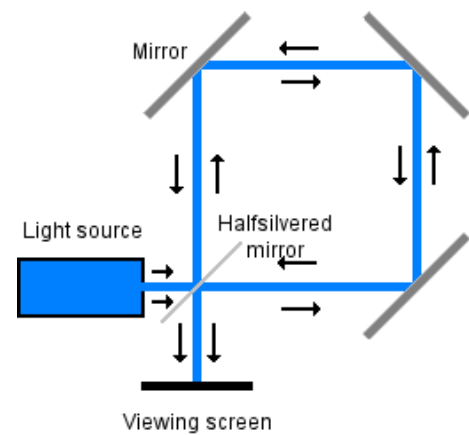


Abb. 8: Sagnac-Interferom.[13]

Im Jahre 1926 wurde beim Michelson-Gale-Experiment [14] mit Hilfe eines 1,9 km langen Vakuumrohres (bei 17 mBar) die Rotationsgeschwindigkeit der Erde vermessen. Als Lichtquelle diente damals ein 20 A Kohle-Lichtbogen. Insgesamt wurde mit großem experimentellen Aufwand eine Streifenverschiebung von

$$\Delta = 0,230 \pm 0,005 \quad (4)$$

gemessen was sehr genau mit dem erwarteten Wert von 0,237 übereinstimmte. Der Ausgang dieses Experiments sprach entweder für einen *ruhenden* Äther oder aber für die spezielle Relativitätstheorie. Da der ruhende Äther bereits durch das Michelson-Morley-Experiment ausgeschlossen werden konnte brachte dieses Experiment einen weiteren Beitrag zur Bestätigung der Relativitätstheorie.

Heutzutage werden Sagnac-Interferometer als optische Kreisel in Flugzeugen, Schiffen und ähnlichem genutzt. Um die Empfindlichkeit zu erhöhen und trotzdem eine kompakte Bauweise zu erhalten wird die umschlossene Fläche A dadurch erhöht, dass das Licht in durch eine Spule mit mehreren hundert Meter Glasfaser geschickt wird die immer noch sehr kompakte Ausmaße besitzen kann.

3.7 Ring Laser

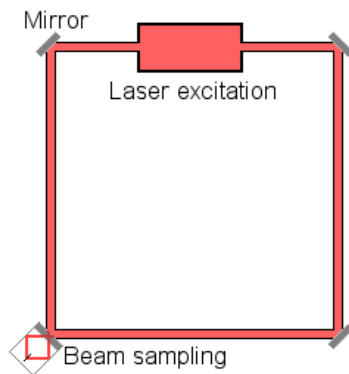


Abb. 9: Ring Laser[15]

Der Ring Laser[15] (Abb. 9) ist eine weitere Methode mittels Licht einen Kreisel zu konstruieren. Hierfür wird eine Laserkavität in ein Quadrat gebracht an dessen Ecken Spiegeln stehen. Nun entstehen zwei von einander unabhängige, gegenläufige Laserstrahlen. Das entstehende Laserlicht wird bei Rotation des Aufbaus in Rotationsrichtung blau- bzw. entgegengesetzt dazu rotverschoben. An einem der Umlenkspiegel wird nun ein Teil der beiden Strahlen ausgekoppelt und zur Interferenz gebracht. Die Überlagerung der beiden leicht unterschiedlichen Wellenlängen ergibt eine Schwebung deren Frequenz proportional zur Rotationsgeschwindigkeit ist. Der hier beobachtete Effekt ist wesentlich größer als beim Sagnac-Interferometer was zu einer höheren Empfindlichkeit führt. Speziell für kleine Rotationsgeschwindigkeiten

kann das Problems des “Lock-In” entstehen. Das bedeutet, das sich beide Umlaufrichtungen in ihrer Frequenz gegenseitig synchronisieren (z.B. durch Rückstreuungen auf den Spiegeln) und somit eine Rotationsgeschwindigkeit von 0 gemessen werden würde. Dies lässt sich dadurch kompensieren, das der gesamte Aufbau in konstante Rotation oder Vibration versetzt wird.

3.8 Jamin-Interferometer

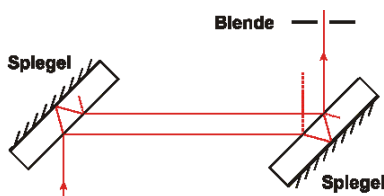


Abb. 10: Jamin-I.[16]

Das Jamin-Interferometer[16] ist ein sehr alter (1856) und robuster Interferometer-Aufbau. Wie in Abb. 10 gezeigt, wird das Licht mittels sehr dicker Glasplatten vor den Spiegeln sowohl aufgeteilt als auch wieder überlagert. Der Nachteil hierbei ist die geringe räumliche Trennung der Teilstrahlen. Genutzt wurde es bspw. für die Brechungsindexbestimmung von Gasen.

3.9 Mach-Zehnder-Interferometer

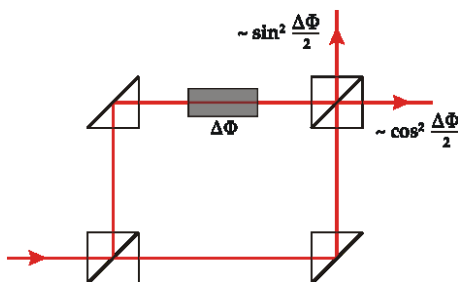


Abb. 11: Mach-Zehnder-I.[17]

als die Kohärenzlänge des Lichtes. Speziell bei sehr kurzen Laserpulsen kann dies zu einer Herausforderung werden.

Das Mach-Zehnder-Interferometer[17] (Abb. 11) ist im Wesentlichen eine Weiterentwicklung des Jamin-Interferometers. Es eliminiert das Problem der geringen räumlichen Trennung der Teilstrahlen und hat als Anwendungsbereich ebenfalls die Brechungsindexbestimmung von Proben. Darüberhinaus kann die Aperatur umgekehrt genutzt werden um die Lichtamplitude mittels Brechungsindex zu modulieren. Ein Nachteil der bei praktischen Experimenten entsteht ist, dass beide Teilstrecken die das Licht durchläuft nur einen Längenunterschied haben dürfen der kleiner ist

Auf den ersten Blick könnte man meinen, dass sich auch mit diesem Interferometertyp ein Michelson-Morley Experiment durchführen ließe. Dies ist allerdings nicht der Fall, da beide Teilstrahlen in der Summe die gleichen Distanzen in x und y Richtung zurücklegen und somit keine Trennung der Einflüsse aus diesen Richtungen gegeben ist.

3.10 Wollaston-Interferometer

Das Wollaston-Interferometer[18] ist ebenfalls ein sehr alter Interferometertyp (1820). Er ist mittlerweile wieder interessant geworden, da er den Proben- und Referenzstrahl über die gleiche Optik führt und somit kein Problem besteht die Weglängendifferenz unterhalb der Interferenzlänge zu halten. Dies ermöglicht die Nutzung von sehr kurzen Laserpulsen und damit eine hohe zeitliche Auflösung. In Abb. 12 ist der Aufbau skizziert. Nachdem der (ungeteilte) Strahl die Probe und eine Linse passiert hat wird er mittels eines doppelbrechenden Kristalls (Wollaston-Kristalls) in zwei Teilstrahlen aufgeteilt die in einem kleinen Winkel zueinander stehen. Da beide Teilstrahlen nun eine um 90° zueinander verdrehte Polarisation besitzen werden sie durch einen im 45° Winkel stehenden Polarisator geschickt der ihre Polarisationsrichtung dreht und somit eine Interferenz ermöglicht. In der Bildebene interferiert der Teil des Strahles der die Probe passiert hat mit dem anderen Teil des Strahles der das Probevolumen ungestört passieren konnte. Hieraus folgt direkt die größte Einschränkung des Wollaston-Interferometers: Die zu untersuchende Probe darf maximal die Hälfte des Strahles belegen da sonst die Referenz verloren geht.

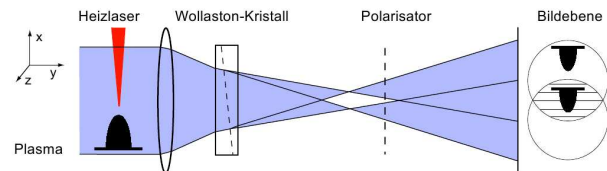


Abb. 12: Wollaston-Interferometer[18]

Eine Anwendung dieses Wollaston-Interferometers ist in [18] beschrieben. Hier wird es genutzt um die Plasmadichte einer Probe zu bestimmen. Ein beispielhaftes Interferenzbild ist in Abb. 13 gezeigt. Aus einem solchen Interferenzbild lässt sich nun die Phasenverschiebung, die durch die Probe verursacht wurde, bestimmen. Unter der Annahme das diese rotationssymmetrisch kann die radiale Brechungsindexverteilung mittels Abelinversion mathematisch zurückgewonnen werden. Da der Brechungsindex mit der Plasmadichte verknüpft ist folgt hieraus direkt die gewünschte Größe.

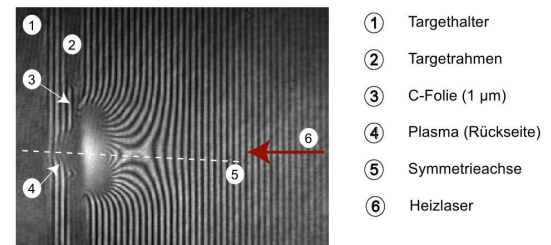


Abb. 13: Interferenzbild eines Wollaston-Interferometers[18]

Eine Weiterentwicklung des Wollaston-Interferometers ist das Multi-Frame-Wollaston-Interferometer dessen Pulserzeugungseinheit in Abb. 14 gezeigt ist. Dieser Aufbau lässt einen kurzen Laserpuls ($0,5$ ns) mehrfach im Kreis laufen und koppelt bei jedem Umlauf ($1,5$ ns) einen gewissen Anteil der Energie aus. Somit entsteht eine Pulsabfolge mit abfallender Amplitude wie in Abb. 15 auf der nächsten Seite gezeigt. Jeder dieser Pulse soll nun einen Interferenzschnappschuss liefern. Da CCD-Kameras allerdings nicht derart kurze Zeiten auflösen können wird jedes Interferenzbild auf eine eigene Kamera gelenkt.

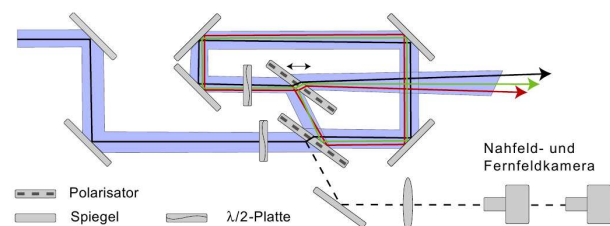


Abb. 14: Multi-Frame-Wollaston-I.[18]

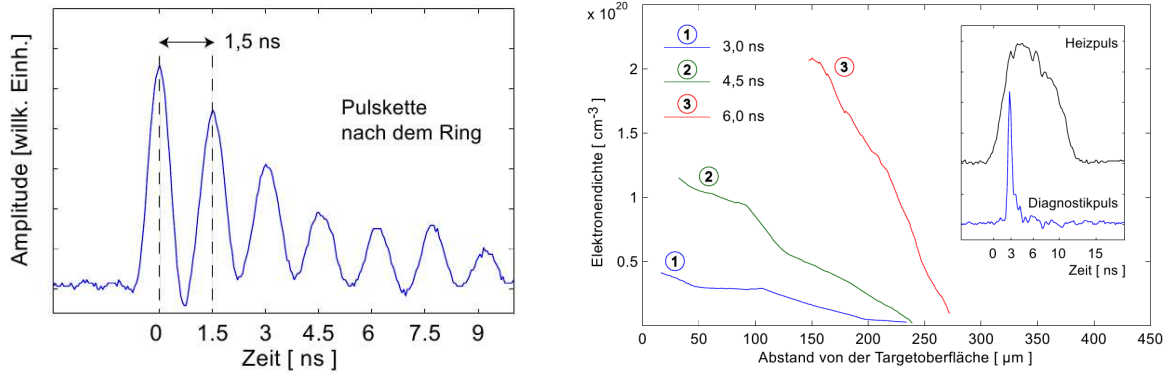
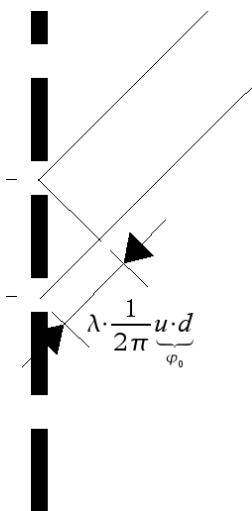


Abb. 15: Links: Pulsabfolge eines Multi-Frame-Wollaston-Interferometers[18]. Rechts: Plasmodichte in Abhängigkeit der Zeit gemessen mit einem Multi-Frame-Wollaston-Interferometer

Hierzu wird die Ausbreitungsrichtung des Lichtes bei jedem Umlauf leicht verkippt. Nachdem das Licht jeweils die Probe passiert hat haben sich die Strahlen soweit aufgeweitet, das sie über eine Art "miniatur Discokugel" auf verschiedene Wollaston-Interferometern mit anschließenden Kameras gelenkt werden können. In Abb. 15 sind experimentelle Ergebnisse gezeigt die mit diesem Aufbau gewonnen wurden.

4 Mehrstrahl Interferenz

4.1 Gitter



Ausgehend vom Doppelstpaht bietet sich, außer dem getrennten behandeln der Teilstrahlen, noch ein weiterer Angriffspunkt für Modifikationen am Experiment an: Die Anzahl der Spalte $N \gg 2$. Das optische Gitter (Abb. 16) besitzt eine wesentliche geringere der Breite der Interferenzstreifen. Die winkelabhängige Intensitätsverteilung auf dem Schirm ist durch

$$I(u) = \frac{\sin^2(uNd/2)}{N^2 \sin^2(ud/2)} \quad (5)$$

gegeben. Nach dem Rayleigh-Kriterium, dass besagt das zwei Wellenlängen dann in einem Interferenzbild unterscheidbar sind wenn ihr m.tes Maxima mit einem benachbarten Minima zusammenfällt, ergibt sich das Wellenlängen-Auflösungsvermögen eines solchen Gitters als

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{uNd}{2\pi} = mN. \quad (6)$$

Abb. 16: Optisches Gitter

In der Praxis ist das diese Kriterium sogar zu pessimistisch.

4.2 Fabry-Pérot-Interferometer

Eine Möglichkeit ein solches Gitter indirekt aufzubauen ist das Fabry-Pérot-Interferometer[19] (Abb. 17). Es nutzt die Mehrfachreflexion zwischen zwei Spiegeln bei der einer der beiden Spiegel jeweils einen Teil des Lichtes ausgekoppelt und so effektiv wie ein Gitter wirkt. Der Unterschied zum Gitter besteht in der abfallenden Intensität der Teilstrahlen. Durch verstellen des Abstandes d der beiden parallelen Spiegel lässt sich dieses Interferometer nun durchstimmen. Ein Fabry-Pérot-Interferometer mit festen d wird auch Etalon genannt. In der Anwendung ist es sehr mit dem Beugungsgitter verwandt. Trotz des auf dem ersten Blick einfachen Aufbaus kann ein Fabry-Pérot-Interferometer in der Praxis teuer und aufwendig sein. Um die Interferenzbedingungen auch für viele Reflexionen aufrecht zu erhalten müssen die Spiegel in der Größenordnung von $\leq \frac{\lambda}{100}$ eben und parallel sein.

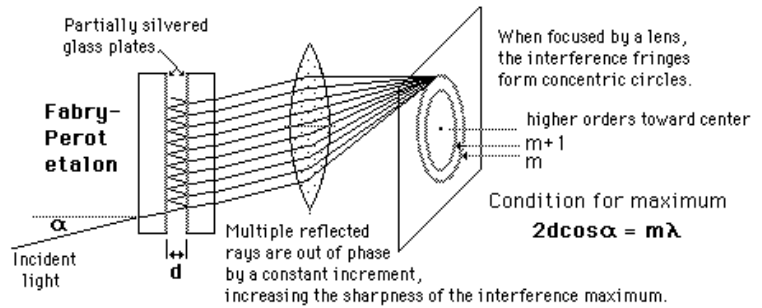


Abb. 17: Fabry-Pérot-Interferometer[19]

Literatur

- [1] Lipson, Lipson, Tannhauser. Optik. Springer, 1997
- [2] Übersicht über Interferometer: <http://de.wikipedia.org/wiki/Interferometer> + Verweise 1.ter Ordnung + jeweilige englische Übersetzungen
- [3] Interferometertypen:
<http://electron9.phys.utk.edu/optics421/modules/m5/Interferometers.htm>
- [4] Doppelspalt Experiment: http://en.wikipedia.org/wiki/Double-slit_experiment
- [5] Michelson-Interferometer:
<http://www.scienceclarified.com/He-In/Interferometry.html>
- [6] Spektrum der Gravitationswellen:
<http://geo600.aei.mpg.de/general-information/was-sind-gravitationswellen/spektrum/>
- [7] GEO600: <http://geo600.aei.mpg.de>
- [8] LISA: <http://lisa.nasa.gov/index.html>
- [9] LISA - Künstlerische Darstellung:
http://lisa.jpl.nasa.gov/gallery/images/LISA_cover.jpg
- [10] Twyman-Green-Interferometer:
<http://electron9.phys.utk.edu/optics421/modules/m5/Interferometers.htm>
- [11] Laser-Doppler-Vibrometer: http://www.polytec.com/usa/158_942.asp
- [12] Laser-Doppler-Anemometer: www.tut.fi/units/me/ener/laitteistot/EFD/LDA.html
- [13] Sagnac-Interferometer: http://en.wikipedia.org/wiki/Sagnac_effect
- [14] Albert Abraham Michelson, Henry G. Gale: The Effect of the Earth's Rotation on the Velocity of Light, in: The Astrophysical Journal 61 (1925), S. 140-145
<http://adsabs.harvard.edu/abs/1925ApJ...61..140M>
- [15] Ring Laser: http://en.wikipedia.org/wiki/Sagnac_effect
- [16] Jamin-Interferometer: <http://de.wikipedia.org/wiki/Jamin-Interferomete>
- [17] Mach-Zehnder-Interferometer:
<http://de.wikipedia.org/wiki/Mach-Zehnder-Interferometer>
- [18] Wollaston-Interferometer: G. Schaumann. Dissertation 2007.
http://www.gsi.de/forschung/pp/pub/thesis/phd_GSchaumann.pdf
- [19] Fabry-Pérot-Interferometer:
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/phyopt/fabry.html>