

F-Praktikumsversuch C 2.5

Bremmung und Diffusion von Neutronen

bei Dr. Artem Shevchenko
Marco Möller
Annika Hamburger

durchgeführt am 27.11.2006

Inhaltsverzeichnis

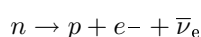
1	Allgemeine Grundlagen	1
2	Wichtige Formeln für die Auswertung	2
3	Messprinzip	3
4	Versuchsdurchführung	4
4.1	Suche von den Arbeitsbereichen der Zählrohre	4
4.2	Messaufbau	4
5	Auswertung	5
5.1	Aufgabe 1: Bereinigung der Messwerte	5
5.2	Aufgabe 2: Bestimmung des Fermi-Alters	6
5.3	Aufgabe 3: Wirkungsquerschnitte	7
5.4	Aufgabe 4: Fluss thermischer Neutronen	9
5.5	Aufgabe 5: Stärke der Neutronenquelle	9
5.6	Aufgabe 6: Mittlerer quadratischer Abstand der Neutronen zur Quelle	10

1 Allgemeine Grundlagen

Ziel dieses Versuches ist es Neutronen nachzuweisen, sowie deren Eigenschaften zu bestimmen. Dies ist ein sehr schwieriges Unterfangen, da Neutronen ungeladene Teilchen sind, und somit nur sehr schwer mit Materie wechselwirken. Falls dies dennoch geschieht, dann über die Streuung an, bzw. deren Einfang durch Atomkerne.

Neutronen gehören zusammen mit den Protonen zu den Bestandteilen eines Atomkerns. Ebenso gehört das Neutron zu der Teilchengruppe der Baryonen, da es aus zwei Down- und einem Up-Quark aufgebaut ist. Zusammen mit den Mesonen, die aus einem Quark-Antiquark-Paar aufgebaut sind, bilden die Neutronen die Gruppe der Hadronen, die hauptsächlich über die starke Wechselwirkung mit Materie reagieren. Wichtig für unseren Versuch ist noch eine weitere Unterscheidung, die innerhalb der Neutronen stattfindet. Denn hier wird noch einmal zwischen thermischen und epithermischen Neutronen differenziert. Thermische Neutronen besitzen eine maximale kinetische Energie von bis zu 100 meV, epithermische hingegen liegen im Energiebereich von 100 meV bis 1 eV.

In unserem Versuch weisen wir Neutronen über die schwache Wechselwirkung nach, da der Betazerfall ein schwacher Prozess ist. Bei dieser Reaktion zerfällt ein Neutron (Halbwertszeit: 10.2 Minuten) in ein Proton, ein Elektron sowie in ein Elektronneutrino.



Eine weitere wichtige kernphysikalische Größe stellt der Wirkungsquerschnitt zur Charakterisierung von Kernreaktionen dar. Dieser gibt die für eine Reaktion wirksame Fläche über folgende Formel wieder

$$\sigma = \frac{\dot{N}}{\Phi_e \cdot N_T \cdot \varepsilon(\Delta\Omega)}$$

Dabei wird die Anzahl der pro Sekunde registrierten Teilchen \dot{N} durch den Neutronenfluss Φ_e , die Anzahl der Teilchen im Target N_T sowie die Ansprechwahrscheinlichkeit des Detektors $\varepsilon(\Delta\Omega)$ geteilt.

Wie im ersten Abschnitt schon erwähnt wechselwirken Neutronen entweder über Streuung oder über Absorption mit Materie. Bei diesen Reaktionen hängt der Wirkungsquerschnitt sehr stark von der Energie des Neutrons ab. Besitzt dieses eine niedrige Energie so ist das Neutron so stark abgebremst, dass es leicht von einem anderen Kern eingefangen werden kann. Mit steigender Energie neigt das Neutron jedoch immer mehr dazu gestreut zu werden.

Möchte man schnelle Neutronen, d.h. in unserem Fall epithermische Neutronen, detektieren, so ist dies meist über Kernreaktionen möglich, die einen großen Wirkungsquerschnitt zur Folge haben. Die gestreuten Teilchen sind dann z.B. durch ein Zählrohr nachweisbar. Langsame Neutronen hingegen werden durch Kerneinfänge detektiert. Dabei werden die Endkerne oder deren Zerfallsprodukte festgestellt.

Eine physikalische Größe, die mit dem oben beschriebenen Wirkungsquerschnitt zusammenhängt, ist der makroskopische Wirkungsquerschnitt. Dieser ist wie folgt definiert, wobei σ den mikroskopischen Wirkungsquerschnitt darstellt

$$\Sigma = \frac{\rho_{In} \cdot N_A}{A} \cdot \sigma.$$

Zur Detektion dieser Prozesse werden oft Zählrohre verwendet. Diese sind aus einer Kathode aufgebaut, meist ein Metallrohr, in dessen Inneren sich eine Anode in Form eines Drahtes befindet. Der Innenraum ist mit einem Edelgas gefüllt. Fällt nun z.B. γ -Strahlung durch das sich am einen Ende des Rohres befindlichen strahlendurchlässigen Fenster, trennt diese Hüllenelektronen von den Atomkernen des Edelgases. Die Elektronen werden auf Grund des elektrischen Feldes zwischen Anode und Kathode in Richtung der Anode beschleunigt. Auf dem Weg dorthin ionisieren die Elektronen weitere Atome. Die immer mehr freigesetzten Elektronen lassen nun einen Strom fließen. Mit Hilfe eines in den Stromkreis eingebauten Widerstandes wird der Stromfluss in ein Spannungssignal umgewandelt. Diese Signale werden am Ende noch von einer Zäblerschaltung erfasst, die es schließlich ermöglicht die Aktivität einer radioaktiven Quelle zu bestimmen.

2 Wichtige Formeln für die Auswertung

Eine wichtige Theorie zur Beschreibung der räumlichen Verteilung von gestreuten Neutronen unterschiedlicher Energien ist die Alterstheorie nach Fermi. Fermi macht hierbei vier grundlegende Annahmen:

1. Nur monoenergetische Ausgangsneutronen stehen im Mittelpunkt.
2. Das Medium, in dem die Reaktionen stattfinden, wird als unendlich ausgedehnt angenommen.
3. Es findet kein Neutronenverlust durch Absorption statt.
4. Die Abbremsung der Neutronen wird als kontinuierlich betrachtet.

Die kontinuierliche Abbremsung von Neutronen wird durch die Größe $q(r, \tau(E_0, E))$, der Bremsdichte charakterisiert. Hierbei ist q über folgende Differentialgleichung definiert:

$$\Delta q = \frac{\partial q}{\partial \tau};$$

d.h. die Bremsdichte ist die Anzahl von Neutronen, die im Abstand r eine bestimmte Energie pro Zeit- und Volumeneinheit unterschreiten.

In dieser Gleichung ist τ das Fermi-Alter oder auch Neutronenalter, das nicht wie anzunehmen die Dimension einer Zeit hat, sondern die eines Längenquadrates. Die Lösung dieser Differentialgleichung gilt für eine monoenergetische punktförmige Quelle, die die Stärke \dot{Q} besitzt.

$$q = \frac{\dot{Q}}{\sqrt{(4\pi\tau)^3}} \cdot e^{-\frac{r^2}{4\tau}}.$$

τ beschreibt die Breite der gaußförmigen Kurve, wenn q über den Abstand r von der Quelle aufgetragen wird. Ist das Fermi-Alter klein, so sieht die Kurve schmal und hoch aus; d.h. die Neutronen sind noch in der Nähe der Quelle und besitzen auf Grund der Tatsache, dass sie noch wenig abgebremst wurden, eine hohe Energie. Sieht die Kurve breit und niedrig aus, so ist τ groß, dementsprechend befinden sich die Neutronen schon weiter von der Quelle entfernt, und haben eine kleine Energie, da sie stärker abgebremst wurden als im ersten Fall.

Eine weitere Gleichung, die die Rolle des Fermi-Alters hinsichtlich der Neutronendichtverteilung wiedergibt, ist die Definition des mittleren quadratischen Abstandes von der Quelle

$$\langle r^2(\tau) \rangle = \frac{\int_0^\infty r^4 \cdot e^{-\frac{r^2}{4\tau}} \cdot dr}{\int_0^\infty r^2 \cdot e^{-\frac{r^2}{4\tau}} \cdot dr} = 6\tau.$$

Man erkennt, dass das Fermi-Alter τ also ein Sechstel des mittleren quadratischen Abstandes für die Zeit der Emission eines Neutrons ($\tau = 0$) bis zu dem Zeitpunkt τ .

Zur Bestimmung der Zählrate $\dot{z}_\infty^{(0)}$ nach unendlich langer Bestrahlungsdauer ($T = \infty$) zum Zeitpunkt $t = 0$, bei einem Raumwinkel $\Omega = 2\pi$ wird folgende Formel verwendet

$$\begin{aligned} \dot{z}_\infty^{(0)} &= \frac{F}{2} \cdot \Phi \cdot \Sigma_{act} \cdot \delta_i(x) \cdot \delta_a(x) \cdot f_s(x) \\ &= \frac{F}{4} \cdot \Phi \cdot \delta_a(x) \cdot \varphi_0(x) \\ &= \frac{F}{4} \cdot \Phi \cdot \varphi_0(x) \cdot (1 - \kappa_c). \end{aligned}$$

Hierbei ist $f_s(x)$ der Korrekturfaktor für die β -Selbstabsorption innerhalb der Indiumfolie, $\delta_i(x), \delta_a(x)$ sind ebenfalls Korrekturfaktoren, die sich auf die innere und äußere Flussdepression beziehen. Σ_{act} steht für den Wirkungsquerschnitt für den Einfang von Neutronen und Φ stellt den Neutronenfluss dar. Schließlich bezeichnet F die Fläche der Indiumfolie mit der Dicke x .

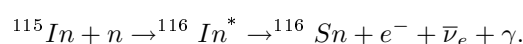
Vereinfacht man die oben stehende Formel für thermische Neutronen, so erhält man für den thermischen Fluss eben dieser Neutronen

$$\begin{aligned} \Phi_{th} &= \frac{4}{F \cdot \varphi_0(x) \cdot (1 - \kappa_c)} \cdot \dot{z}_{therm} \\ &= \frac{4}{F \cdot \underbrace{0,04}_{\text{Aus Diagramm}}} \cdot \dot{z}_{therm} \\ &= \frac{100}{F} \cdot \dot{z}_{therm}. \end{aligned}$$

3 Messprinzip

Das Messprinzip, das diesem Versuch zu Grunde liegt, ist ein indirekter Nachweis von Neutronen. Dieser erfolgt über einen β^- -Zerfall des durch den Neutroneneinfang erzeugten Zwischenkerns. In unserem Target wird eine Indiumfolie aus ^{115}In verwendet. Dieses Nuklid wird durch den Einfang eines Neutrons zu dem Tochterkern ^{116}In , dieses zerfällt schließlich über den β^- -Zerfall unter anderen in ^{116}Sn . Zerfällt ^{116}Sn , so emittiert dieses ein γ -Quant sowie ein e^- und fällt in seinen Grundzustand zurück. Die e^- werden am Ende mit einem Zählrohr detektiert.

Der genaue Zerfallsprozess ist mit folgender Formel gegeben



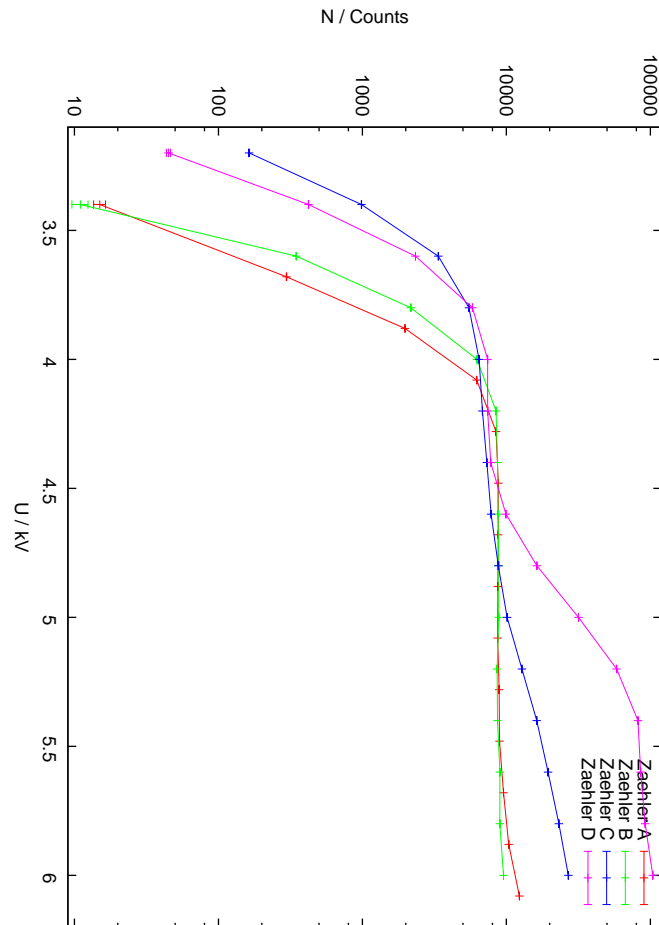


Abbildung 1: Kennlinien der 4 verwendeten Zählrohre

4 Versuchsdurchführung

4.1 Suche von den Arbeitsbereichen der Zählrohre

Im Folgenden werden die angeregten $^{116}\text{In}^*$ Folien aus Zeitgründen von 4 Detektoren gleichzeitig gemessen. Zuvor müssen diese mit einer passenden Hochspannung versorgt werden. Hierfür haben wir den verfügbaren Hochspannungsbereich nach einem Plateau in der Zählratenkurve (Abb. 1) abgesucht und den Arbeitspunkt auf dessen Mitte gelegt. Diese Messungen wurden mit zwei ähnlichen Referenzpräparaten gleichzeitig durchgeführt.

Folgende Arbeitspunkte wurden gewählt:

Zählrohr	Spannung / kV
A	4,7
B	4,9
C	4,1
D	4,3

4.2 Messaufbau

Um die Neutronendichte in verschiedenen Abständen zur Quelle zu messen, haben wir in 8 Abständen jeweils ein Indium- Plättchen eine Weile lang im Wasserbecken aktiviert. Zur Unterscheidung zwischen epithermischen und thermischen Neutronen wurden diese einmal mit und einmal ohne eine Cadmiumummantelung aktiviert.

Cadmium hat die Eigenschaft, dass es die thermischen Neutronen absorbiert und so nur die epithermischen Neutronen das Indium erreichen.

5 Auswertung

Für die Auswertungen in den folgenden Aufgaben wurden OpenOffice Calc (Berechnungen) und GnuPlot (Fit & Plot) verwendet.

5.1 Aufgabe 1: Bereinigung der Messwerte

Zu Beginn müssen Counts von Untergrund befreit werden

$$N_{rein} = N_{mess} - N_{Null} \cdot \frac{t_{mess}}{t_{Null}}.$$

Nach einer Aktivierung des Plättchens mit Dauer t_1 haben wir t_2 benötigt um die Aktivitätsmessung zu beginnen, die schließlich über einen Zeitraum t_3 die Zerfälle gezählt hat. Um die Effekte durch die endlichen t_1, t_2, t_3 zu kompensieren ($t_1 = \infty, t_2 = 0, t_3 = \infty$) lässt sich die Zählrate wie folgt umrechnen

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \dot{z}_{\infty}^{(0)} (1 - e^{-\lambda t_1}) e^{-\lambda(t-t_1)} \\ N_{rein} &= \int_{t_1+t_2}^{t_1+t_2+t_3} \dot{z}(t) \\ &= \frac{1}{\lambda} \cdot \dot{z}_{\infty}^{(0)} (1 - e^{-\lambda t_1}) e^{-\lambda t_2} (1 - e^{-\lambda t_3}) \\ \dot{z}_{\infty}^{(0)} &= \frac{N_{rein} \lambda}{(1 - e^{-\lambda t_1}) e^{-\lambda t_2} (1 - e^{-\lambda t_3})}. \end{aligned}$$

Hier Herleitung diese Formel ist in Abbildung 2 auf der nächsten Seite veranschaulicht.

Die Zählrate der epithermischen Neutronen entspricht genau der korrigierten Zählrate bei ummantelten Sonden

$$\dot{z}_{epi} = \dot{z}_{mit}.$$

Die Zählraten ohne Ummantelung ist hingegen die Summe aus epithermischen und thermischen Neutronen, so dass sich die Zählrate der thermischen Neutronen ergibt zu

$$\dot{z}_{therm} = \dot{z}_{ohne} - \dot{z}_{mit}.$$

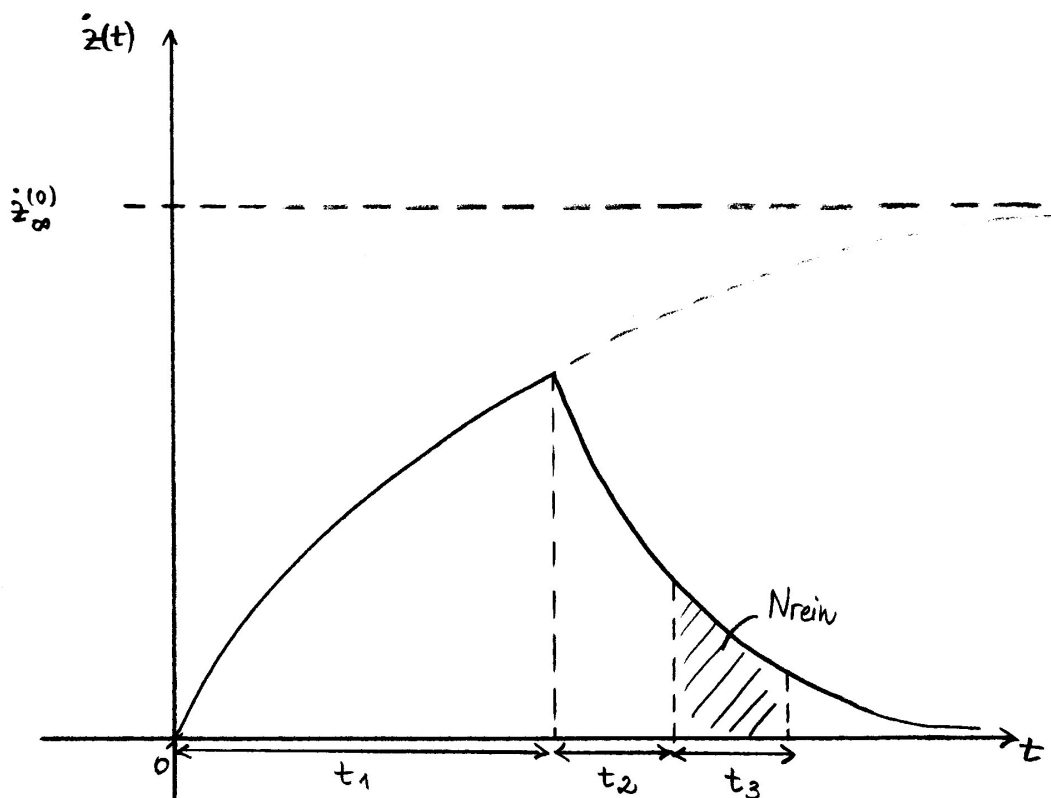
In unsere Fehlerbetrachtung fließen nur die statistischen Fehler für die Zählraten ein, da alle anderen Größen relativ hierzu vernachlässigbar klein sind. Der statistische Fehler ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \Delta N &= \sqrt{N} \\ \Delta N_{rein} &= \sqrt{N_{mess} + \left(\frac{t_{mess}}{t_{Null}}\right)^2 N_{Null}}. \end{aligned}$$

Da nur Differenzen und Summen gebildet wurden sind die Gesamtfehler entsprechend

$$\begin{aligned} \Delta \dot{z}_{\infty}^{(0)} &= \frac{\Delta N_{rein} \lambda}{(1 - e^{-\lambda t_1}) e^{-\lambda t_2} (1 - e^{-\lambda t_3})} \\ \Delta \dot{z}_{epi} &= \Delta \dot{z}_{mit} \\ \Delta \dot{z}_{therm} &= \sqrt{(\Delta \dot{z}_{ohne})^2 + (\Delta \dot{z}_{mit})^2} \end{aligned}$$

Im Folgenden sind unsere aus den Messdaten errechneten Werte aufgelistet:

Abbildung 2: Skizze der Aktivität \dot{z} über den Aktivierungs- und Messverlauf

r/cm	\dot{z}_{therm}/Bq	$\Delta\dot{z}_{therm}/Bq$	\dot{z}_{epi}/Bq	$\Delta\dot{z}_{epi}/Bq$
2,4	561,682	91,487	1,338	0,320
5,0	489,960	67,222	1,231	0,275
10,0	233,588	19,596	0,826	0,152
15,0	86,478	5,863	0,503	0,088
20,0	40,913	2,956	0,352	0,067
25,0	15,529	1,041	0,225	0,047
30,0	7,047	0,530	0,169	0,044
35,0	3,152	0,272	0,132	0,040

5.2 Aufgabe 2: Bestimmung des Fermi-Alters

In dieser Aufgabe soll das Fermi-Alter thermischer und epithermischer Neutronen bestimmt werden. Dazu haben wir die Zählrate $\dot{z}_{\infty}^{(0)}$ halblogarithmisch über r^2 aufgetragen. Da wir das Neutronenalter aus dem Bereich mittelgroßer Abstände bestimmen sollen, haben wir nur die ersten vier Messwerte bei dem Fitten der Geraden beachtet (Abb. 3 auf der nächsten Seite). Die Funktion der gefitteten Gerade ist von der Form e^{mr^2+b} . Daraus ergibt sich für die Steigung im Bereich $[0, 300] cm^2$:

$$m = -\frac{1}{4\tau} \Rightarrow \tau = -\frac{1}{4m}.$$

Die Werte für die Steigungen sind:

- $m_{thermisch} = (-9.15765 \pm 0.4652) 10^{-3} \frac{1}{cm^2}$
 $b_{thermisch} = 6.3963 \pm 0.03644$
- $m_{epithermisch} = (-1.31073 \pm 0.1283) 10^{-2} \frac{1}{cm^2}$
 $b_{epithermisch} = 4.53781 \pm 0.1033$

Die Werte für die Fehler ergeben sich bei uns aus den Fitfehlern.

Daraus ergeben sich folgende Fermi-Alter:

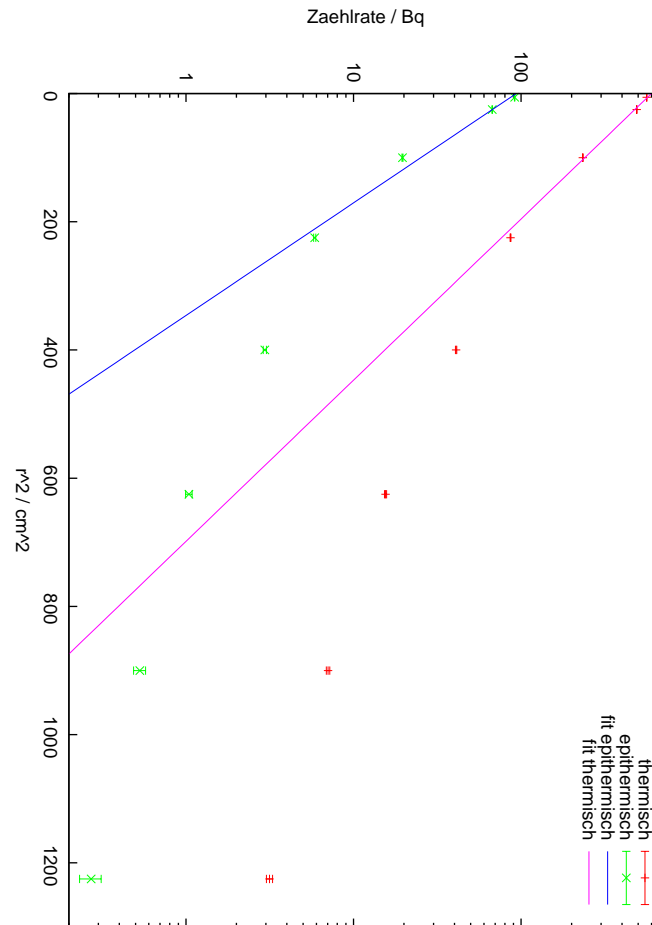


Abbildung 3: Zählrate $z_\infty^{(0)}$ thermischer und epithermischer Neutronen

- $\tau_{thermisch} = (27.3 \pm 0.537) \text{ cm}^2$
- $\tau_{epithermisch} = (19.1 \pm 1.95) \text{ cm}^2$

Die Alterstheorie nach Fermi ist für Wasser als Moderator nicht anwendbar, da ein Neutron in diesem Medium schon nach einem Stoß mit einem Wasserstoffkern seine ganze Energie verlieren kann. Dies erkennt man auch aus der Grafik, da gerade für große Abstände die Zählrate mit dem zu erwarteten Fit nicht mehr übereinstimmen.

Verglichen mit den Literaturwerten von

- $\tau_{thermisch} = 33 \text{ cm}^2$
- $\tau_{epithermisch} = 31 \text{ cm}^2$

sind unsere Ergebnisse zumindest schon einmal in der richtigen Größernordnung. Leider spielen hier auch Probleme wie z.B. die richtige Auswahl des Bereiches über dem die Daten gefittet werden sollen mit hinein, die das ganze in ein Ratespiel entarten lassen.

5.3 Aufgabe 3: Wirkungsquerschnitte

Auch hier erhält man den makroskopischen Wirkungsquerschnitt Σ ähnlich wie in der vorangegangenen Aufgabe über die Bestimmung der Steigung der durch die letzten 6 Punkte gefitteten Gerade (Abb. 4 auf der nächsten Seite). Somit ergibt sich für Σ :

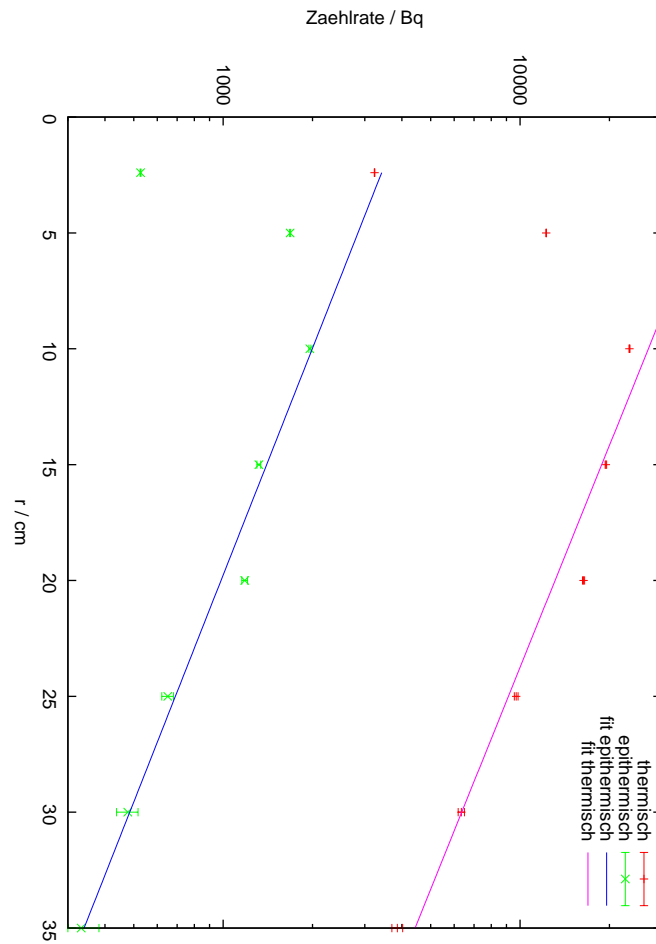


Abbildung 4: $r^2 \cdot \dot{z}_\infty^{(0)}$ thermischer und epithermischer Neutronen

$$\Sigma = -m.$$

Die Werte für den makroskopischen Wirkungsquerschnitt sind dann:

- $\Sigma_{thermisch} = (0.0723913 \pm 0.007251) \frac{1}{cm}$
- $\Sigma_{epithermisch} = (0.0707937 \pm 0.004923) \frac{1}{cm}$

Den mikroskopischen Wirkungsquerschnitt erhält man über Formel:

$$\sigma = \frac{A_{H_2O}}{\rho_{H_2O} \cdot N_A} \cdot \Sigma.$$

Damit ergeben sich folgende Werte mit $\rho_{H_2O} = 1 \frac{g}{cm^3}$ und $A_{H_2O} = 18 \frac{g}{mol}$:

- $\sigma_{thermisch} = (2.164 \pm 0.217) b$
- $\sigma_{epithermisch} = (2.116 \pm 0.147) b$

Für die Abschätzung der mittleren Energie der Neutronen $\overline{E_0}$ bekommt man mit Hilfe des Datenblattes einen Energiewert von grob $E_n = (3,5 \pm 2) MeV$. Dieser lässt sich allerdings auf Grund der logarithmischen Skala sehr schwer ablesen.

Den Fehler für den makroskopischen Wirkungsquerschnitt haben wir über das Fitten einer Ausgleichsgeraden erhalten, wobei wir hauptsächlich den nahezu linearen (in dieser halblogarithmischen Auftragung) Schlussteil des Graphen berücksichtigt haben. Aus der Grafik erkennt man also, dass gerade die Werte für die Proben, die sich in der Nähe der Quelle befanden, nicht sehr gut sind.

5.4 Aufgabe 4: Fluss thermischer Neutronen

Will man den Fluss thermischer Neutronen bestimmen, so kann man dies mit der Formel

$$\Phi_{th} = \frac{100}{F} \cdot \dot{z}_{therm} = A \cdot \dot{z}_{therm}$$

tun.

Die Fläche der Indiumfolie beträgt hierbei $F = 6.605 cm^2$ (mit $d = 2,9 cm$). Somit erhält man für den Anschlussfaktor $A = 15.14 \frac{1}{cm^2}$. Unter Verwendung der in Abschnitt 5.1 auf Seite 5 berechneten effektiven Zählrate \dot{z}_{therm} ergibt sich folgendes Resultat:

r/cm	2,4	5	10	15	20	25	30	35
$\Phi_{th} / \frac{Bq}{cm^2}$	8503,6	7417,8	3536,4	1309,2	619,4	235,1	106,7	47,7

In die Berechnung von A, also auch in die Berechnung von Φ_{th} , fließen die Fläche und die Dicke der Indiumfolie, sowie der Wirkungsquerschnitt für Neutroneneinfang und schließlich noch Zählrate und Fussdepression mit ein.

5.5 Aufgabe 5: Stärke der Neutronenquelle

In dieser und der nächsten Aufgabe müssen Messwerte "graphisch" integriert werden. Wir tun dies hier, indem wir einen linearen Spline durch die Punkte legen und die Fläche unter diesen Punkten berechnen. Bei einer nach den x_i Werten sortierten Folge $(x_i, y_i)_{i=0, \dots, N}$ ergibt dies:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} (x_{i+1} - x_{i-1}) \cdot (y_{i+1} + y_i).$$

Der Fluss der thermischen Neutronen ergibt sich zu

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \int_0^\infty \Sigma_a \Phi(r) 4\pi r^2 dr \\ &= \int_0^\infty \dot{z}_{therm} r^2 dr \\ &= 4\pi A \Sigma_a \left[\int_0^{35} \dot{z}_{therm} r^2 dr + \int_{35}^\infty \dot{z}_{therm} r^2 dr \right] \\ &\approx 4\pi A \Sigma_a \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^7 (r_{i+1} - r_{i-1}) \cdot (\dot{z}_{i+1} \cdot r_{i+1}^2 + \dot{z}_i \cdot r_i^2) + \frac{35^2 \dot{z}_{therm}}{\Sigma} \right].\end{aligned}$$

Mit unseren Messwerten ergibt dies:

$$\dot{Q} = 1'226'438 \text{ Bq}.$$

Für die Σ wurden folgende Literaturwerte eingesetzt:

- Literaturwert für $\Sigma_a = 0,0127 \frac{1}{\text{cm}}$
- Literaturwert für $\Sigma = 0,0575 \frac{1}{\text{cm}}$

In die Fehlerbetrachtung fließen zum einen die Fehler der Werte der Stützpunkte (\dot{z}_i, r_i) und die Fehler von A, Σ_a, Σ ein. Die Fehler von Σ_a, Σ ignorieren wir im Folgenden, da es sich hier um sehr exakte Literaturwerte handelt. Zudem sind die Fehler in A und r_i gegenüber den Fehlern in \dot{z}_i vernachlässigbar. Eine weitere Unsicherheit liegt in der Integrationsmethode. Insgesamt würden wir unseren Fehler anhand der Abbildung 4 auf Seite 8 und mit Hilfe der Fehlerbalken auf den Wert

$$\Delta \dot{Q} = 0.1 \cdot \dot{Q}$$

abschätzen.

5.6 Aufgabe 6: Mittlerer quadratischer Abstand der Neutronen zur Quelle

Hier gehen wir analog zu Abschnitt 5.5 auf der vorherigen Seite vor und erhalten für den mittleren quadratischen Abstand der epithermischen Neutronen

$$\langle r^2 \rangle \approx \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^7 (r_{i+1} - r_{i-1}) \cdot (\dot{z}_{i+1} \cdot r_{i+1}^4 + \dot{z}_i r_i^4) + \frac{35^2 \dot{z}_{epi}}{\Sigma_{epi}}}{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^7 (r_{i+1} - r_{i-1}) \cdot (\dot{z}_{i+1} \cdot r_{i+1}^2 + \dot{z}_i \cdot r_i^2) + \frac{35^2 \dot{z}_{epi}}{\Sigma_{epi}} \left[35^2 + \frac{70}{\Sigma_{epi}} + \frac{2}{\Sigma_{epi}^2} \right]}.$$

Dies ergibt mit unseren Werten

$$\langle r^2 \rangle = 279.54 \text{ cm}^2.$$

Mit dem Fermi-Alter aus Abschnitt 5.2 auf Seite 6 kann man hier folgenden Vergleich anstellen

$$\langle r^2 \rangle = 279.54 \text{ cm}^2 \approx 114.6 \text{ cm}^2 = 6\tau_{epithermisch}.$$

Dies zeigt wie bereits beschrieben, dass die Fermi-Alterstheorie hier nicht wirklich zur Anwendung kommen kann.

Analog zu Abschnitt 5.5 auf der vorherigen Seite würden wir unseren Fehler auf den Wert

$$\Delta \langle r^2 \rangle = 0.1 \cdot \Delta \langle r^2 \rangle$$

abschätzen.