

Bestimmung der Lebensdauer von Myonen

bei Thorsten Kürzeder
Marco Möller
Felix Neuschäfer

durchgeführt am 30.04.2007

Inhaltsverzeichnis

1	Kurzfassung	1
2	Vorbereitung	2
2.1	Das Myon als Elementarteilchen	2
2.2	Entstehung von Myonen	2
2.3	Zerfall von Myonen und Myoneneinfang	2
2.4	Flüssigkeitsszintillator	3
2.5	Aufgaben	3
2.5.1	Berechnung der Energie des Elektrons beim Myon-Zerfall	3
2.5.2	Berechnung der Kopplungskonstante	3
2.5.3	Warum ist eine Lebensdauerermessung möglich?	4
2.5.4	Ein alternativer Versuchsaufbau	4
3	Messung	4
3.1	Zeiteichung	6
3.2	Lebensdauerermessung	6
3.2.1	Auswertung per FIT	6
3.2.2	Auswertung Mathematisch	10
3.3	Fazit	13

1 Kurzfassung

In diesem Versuch soll die Lebensdauer von Myonen bestimmt werden, die durch die kosmische Hintergrundstrahlung entstehen. Dazu wird nach einer Zeiteichung ein Zeitspektrum über ca. 70 Stunden aufgenommen.

2 Vorbereitung

2.1 Das Myon als Elementarteilchen

Myonen gehören zusammen mit den Elektronen, den Tauonen, den entsprechenden Neutrinos und ihren Antiteilchen zu den Leptonen. Zusammen mit den Quarks bilden sie die bekannten Elementarteilchen (Tab. 1).

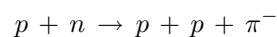
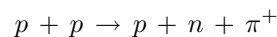
	Leptonen		Quarks	
1. Generation	e^-	ν_e	u	d
2. Generation	μ^-	ν_μ	c	s
3. Generation	τ^-	ν_τ	t	b
Spin	1/2	1/2	1/2	1/2
el. Ladung [e]	-1	0	2/3	-1/3
starke WW	nein	nein	ja	ja
elm. WW	ja	nein	ja	ja
schwache WW	ja	ja	ja	ja
Gravitation	ja	ja	ja	ja

Tabelle 1: Überblick über Elementarteilchen

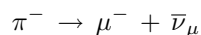
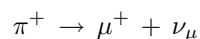
Myonen unterliegen dabei wegen ihrer Ladung der elektromagnetischen WW, wegen Ihrer Masse der Gravitation und aufgrund ihrer Eigenschaften als Leptonen der schwachen WW. Über die Ladung und die Masse hinaus wird den Teilchen auch noch ein Spin zugeordnet. Nach diesen Klassifikationen unterscheidet sich das Myon durch seine etwa 207-fache höhere Ruhemasse von dem Elektron. Allerdings unterliegen Myonen Zerfallsprozessen und unterscheiden sich somit auch durch die Lebensdauer von den Elektronen.

2.2 Entstehung von Myonen

In der kosmischen Höhenstrahlung machen energiereiche Protonen den größten Anteil aus. Diese Protonen stoßen in der Atmosphäre mit den dort befindlichen Molekülen und über verschiedene Prozesse entstehen zunächst Pionen (sogenannte Mesonen, also aus Quark und Antiquark zusammengesetzte Teilchen), unter anderem durch:



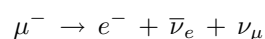
Die geladenen Pionen haben eine mittlere Lebensdauer von $2,6 \cdot 10^{-8} s$ und erzeugen bei Ihrem Zerfall die Myonen, vorwiegend durch:



Bei den beschriebenen Prozessen können energiereiche Protonen und Neutronen frei werden, so dass es kaskadenartig zu einem Schauer von Myonen kommen kann.

2.3 Zerfall von Myonen und Myoneneinfang

Myonen zerfallen mit einer mittleren Lebensdauer von $(2,198 \pm 0,002) \mu s$ über die folgenden Reaktionen:



$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

Da das Myon starker relativistischer Zeitdilatation unterliegt und nicht nach der starken WW interagiert, kann es die Erdatmosphäre durchdringen und am Boden nachgewiesen werden.

Darüber hinaus kann ein μ^- auch von einem Atom eingefangen werden:

$$\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu$$

Anstelle des Elektrons eingebaut, fällt es dann in seinen Grundzustand und kann mit einem Proton des Kerns wechselwirken, was zu hohen Ladungsdichten am Kernort führt. Diese Reaktion tritt mit dem freien Zerfall in Konkurrenz und die Lebensdauer für das μ^- berechnet sich somit durch:

$$\frac{1}{\tau_{eff}} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_C}$$

, woraus sich dieses Zeitverhalten ergibt:

$$N(t) = N(\mu^-) e^{-\frac{t}{\tau_0}} e^{-\frac{t}{\tau_C}} + N(\mu^+) e^{-\frac{t}{\tau_0}}$$

2.4 Flüssigkeitsszintillator

Die ankommenden Myonen haben noch eine hohe kinetische Energie und müssen im Szintillator gebremst werden. Dazu wird ein Flüssigkeitsszintillator verwendet, da ein Medium benötigt wird, das eine geringe Kernladungszahl hat. Diese geht mit der vierten Potenz in die Wahrscheinlichkeit für den Myoneneinfang ein, der hier jedoch ein störender Prozess wäre. Da ein Gas eine zu geringe Dichte hat, wird eine Flüssigkeit verwendet.

Wenn das Myon zur Ruhe kommt, erzeugt es ein Photon und das entstehende Zerfallselektron ebenfalls. Diese Photonen werden mit einem Photomultiplier aufgefangen und verstärkt.

2.5 Aufgaben

2.5.1 Berechnung der Energie des Elektrons beim Myon-Zerfall

Es handelt sich um Dreiteilchenzerfälle. Damit hat das Elektron ein kontinuierliches Energiespektrum.

Maximal wird dessen Impuls, wenn es in die entgegengesetzte Richtung als die Neutrinos fliegt. Somit lassen sich die Beträge betrachten:

$$p_e = p_{\nu_\mu} + p_{\nu_e}$$

Benutzt man weiterhin die für hochenergetische Teilchen gültige Näherung $E \approx pc$ (und vernachlässigt damit die Ruhemasse des Elektrons), ergibt sich:

$$E = m_\mu c^2 = p_e c + p_{\nu_\mu} c + p_{\nu_e} c = 2p_e c$$

, woraus für die Maximalenergie des Elektrons folgt:

$$E_e = \frac{1}{2} m_\mu c^2 = 52,8 \text{ MeV}$$

2.5.2 Berechnung der Kopplungskonstante

Über $\tau_0 = \frac{192\pi^3 \hbar^7}{m_\mu^5 c^4 G^2 (2\pi)^7}$ berechnet man die Fermikonstante zu $G = 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{\hbar^3 c^3}{(2\pi)^3 \text{ GeV}}$ und die Lepton-W-Kopplungskonstante zu $g = \sqrt{\frac{Gm_W^2}{\sqrt{2}}} = 0,23 \sqrt{\frac{\hbar^3}{(2\pi)^3 c}}$.



Abbildung 1: Der Messplatz

2.5.3 Warum ist eine Lebensdauermessung möglich?

Die Myonen entstehen in den oberen Schichten der Atmosphäre. Ihr genauer Entstehungsort und ihre Flugzeit sind nicht bekannt. Die Messung beruht jedoch auf der Halbwertszeit der Myonen. In logarithmischer Darstellung ändert die Berücksichtigung des Entstehungsortes und damit der Flugzeit also den Achsenabschnitt, aber nicht die Steigung und damit wird auch unsere Messung der Lebensdauer nicht beeinflusst.

Dies liegt daran, dass das exponentielle Zerfallsgesetz *gedächtnislos* ist. D.h., dass die Zerfallswahrscheinlichkeit für den nächsten dt Zeitraum gleich groß bleibt, egal wie lange das Teilchen schon gelebt hat.

2.5.4 Ein alternativer Versuchsaufbau

Der Nachweis kann auch über die Koinzidenzmethode geschehen. Dazu werden 3 Detektorplatten (1,2,3) hintereinander in Stellung gebracht und zwischen 2 und 3 eine Beiplatte gestellt. Wenn ein Myon die Detektoren 1 und 2 durchquert hat, wird es im Blei gestoppt. Dadurch entsteht ein Elektron, das von Detektor 2 oder 3 registriert werden kann, wobei Detektor 1 kein Ereignis registrieren darf. Die Schaltung muss also berücksichtigen:

Start: 1 und 2, nicht 3

Stop: 2 oder 3, nicht 1

3 Messung

Zur Bestimmung der Lebensdauer der Myonen wird eine Messung der Lebensdauer von im Szintillator (siehe Abbildung 1 des Messplatzes) zur Ruhe gekommenen Myonen durchgeführt. Diese erzeugen zum einen durch das Abbremsen und zum anderen durch den Zerfall einen Lichtimpuls der über einen Photomultiplier verstärkt wird. Wie in Abbildung 2 auf der nächsten Seite dargestellt, wird die Dauer zwischen diesen beiden Impulsen abzgl. einer konstanten Verzögerung gemessen. Diese Zeit entspricht ebenfalls der Lebensdauer, obwohl sie nicht der gesamten Lebensdauer der Myonen (von der Erzeugung an) entspricht (siehe 2.5.3).

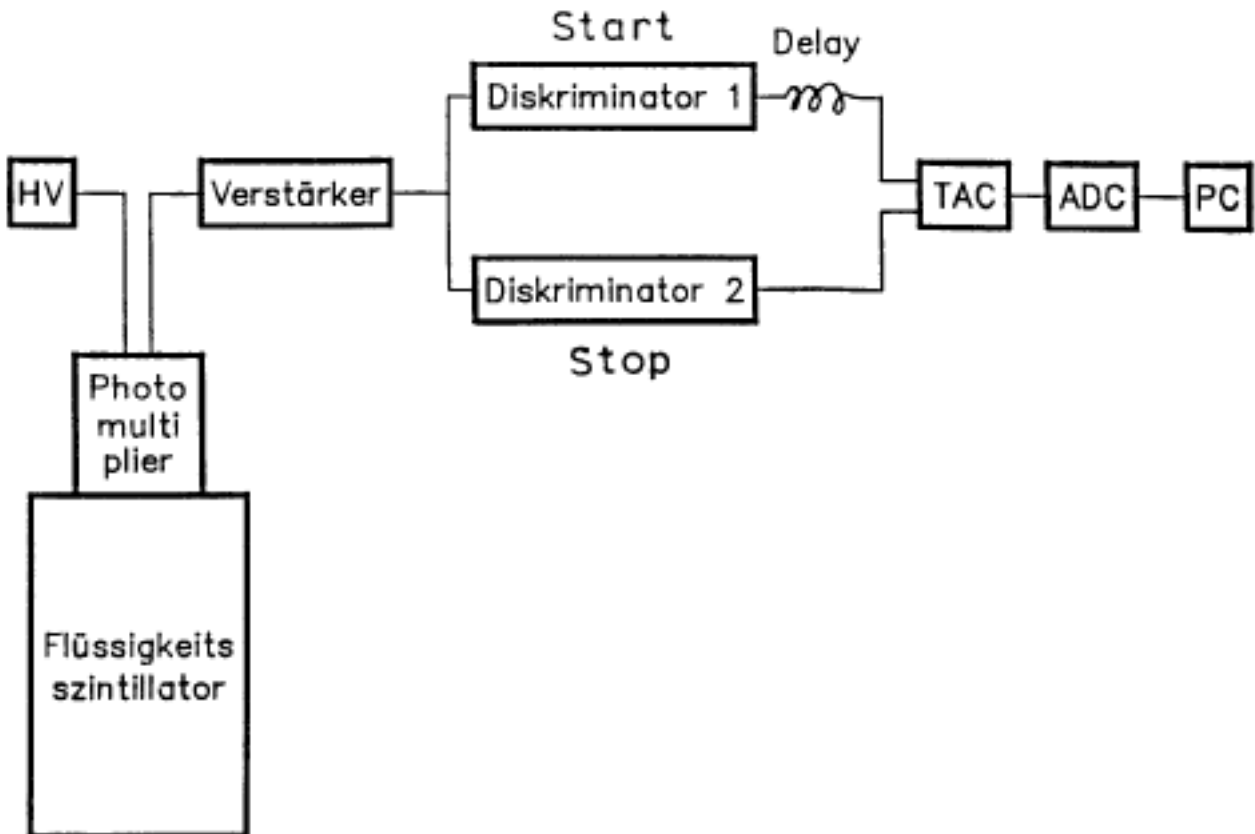


Abbildung 2: Blockschaltbild des Aufbaus [1]

Die Messung der Zeiten erfolgt über einen *Time to Amplitude Converter (TAC)*, dessen analoges Amplitudensignal durch einen *Analog to Digital Converter (ADC)* von einem PC gemessen und im Lebensdauerspektrum gespeichert wird. Um den TAC mit einem Start- und Stoppsignal zu versorgen, obwohl wir nur eine Signalquelle, den Szintillator, haben, bedienen wir uns folgenden Tricks: Das Signal wird zum einen über eine konstante Verzögerung (bei uns $0,8\mu\text{s}$) an den Starteingang und unverzögert an den Stopeingang geführt. Wenn nun ein Zerfall wie oben beschrieben stattfindet, wird das Abbremsen um $0,8\mu\text{s}$ verzögert zum Starten der Zeitmessung und der Zerfall direkt zum Stoppen der Zeitmessung führen. Dieses Vorgehen ist notwendig, da ohne Verzögerung ansonsten das Start- und Stoppsignal zeitgleich ankommen würden. Allerdings hat dieses Vorgehen auch Nachteile. Zum einen können Zeiten unterhalb der Verzögerungszeit nicht gemessen werden, da das Stoppsignal in diesem Fall vor dem verzögerten Startsignal kommen würde. Zum anderen ist es möglich, dass das Stoppsignal durch ein anderes abbremsendes Myon zustande kommt. Diese Fehler sind zum Glück sehr selten, da nur eine Anzahl in der Größenordnung von $25 \frac{\text{Myon}}{\text{s}}$ durch unseren Detector fliegt und somit die Wahrscheinlichkeit, dass zwei davon innerhalb von ca. $9\mu\text{s}$ (maximale Messzeit) liegen, sehr gering ist.

Die verwendeten Geräte hatten folgende Einstellungen:

Hochspannungsquelle Inventarnummer E140

Spannung $1,6\text{kV}$

Delay relativ zwischen beiden Kanälen $0,8\mu\text{s}$

TAC OrtheC 457

Range $0,8\mu\text{s}$

Multiplier 10

Corse Gain 1

Fine Gain $0,5 + 0,705$

ADC ADC 80

Output Range 1024**3.1 Zeiteichung**

Um den vom ADC gemessenen Kanälen eine Zeit zuzuordnen, muss vorab geeicht werden. Hierzu wird das Delay manuell auf verschiedene Werte eingestellt, die mit einem Oszilloskop parallel zum eben beschriebenen Messaufbau ausgemessen werden. Zur Pulsgenerierung wurde der Szintillator benutzt. Damit nun aber nicht die Lebensdauern sondern die Verzögerung des Delaygliedes gemessen wird, haben wir hierfür die Beschaltung der Start-/ Stopeingänge des TAC zwischenzeitlich relativ zu Abbildung 2 auf der vorherigen Seite vertauscht. Somit hat jeder Puls für sich ein Start und ein um das Delay verzögerte Stoppsignal erzeugt.

Aus den gewonnenen Werten kann nun wie in Abbildung 3 auf der nächsten Seite ein linearer Zusammenhang zwischen Kanalnummer und Verzögerungszeit bestimmt werden. Aus dem durchgeführten Fit mit der Funktion

$$\text{Zeit}(\text{KanalNr}) = a \cdot \text{KanalNr} + b$$

ergaben sich folgende Werte

$$\begin{aligned} a &= (8,10901 \pm 0,01664) \frac{ns}{\text{KanalNr}} \\ b &= (-0,177969 \pm 0,007971) \mu s \end{aligned}$$

die im Folgenden zuzüglich der eingestellten Verzögerung des Delaygliedes von $0.8\mu s$ für die Umrechnung zwischen Kanalnummer und Zeit genutzt werden.

3.2 Lebensdauermessung

Zur Bestimmung der Lebensdauer haben wir die Lebensdauer der Ereignisse vom 30.04.2007 11:00 Uhr bis zum 03.05.2007 ca. 9 Uhr gemessen. Die Messwerte haben wir in Abbildung 4 auf Seite 8 dargestellt. Im Folgenden werden nun zwei unterschiedliche Methoden zur Auswertung benutzt.

3.2.1 Auswertung per FIT

Im Spektrum zeigte sich, dass der Messaufbau erst ab einer Messzeit von $1,3113\mu s$ eine ausreichende Empfindlichkeit hat. Daher haben wir im Folgenden diesen Zeitpunkt auf 0 verschoben. Dies hat, wie im Abschnitt 3 auf Seite 4 beschrieben, keinen Einfluss auf die Lebensdauerbewertung.

An die Daten haben wir unter Berücksichtigung des statistischen Fehlers von \sqrt{N} die Funktion

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} + N_u$$

gefittet. Hierbei erhielten wir folgende Werte:

- $N_0 = 304,359 \pm 1,897$
- $\lambda = (0,490433 \pm 0,005334) \frac{1}{s}$
- $N_u = 9,47968 \pm 0,57$

Daraus ergibt sich eine mittlere Lebensdauer von

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = (2,03901 \pm 0,0221765) \mu s$$

In Abbildung 5 auf Seite 9 sind die Daten und der Fit zu sehen. Diese Fits wurden mit *GnuPlot 4.0 Patchlevel 0* berechnet.

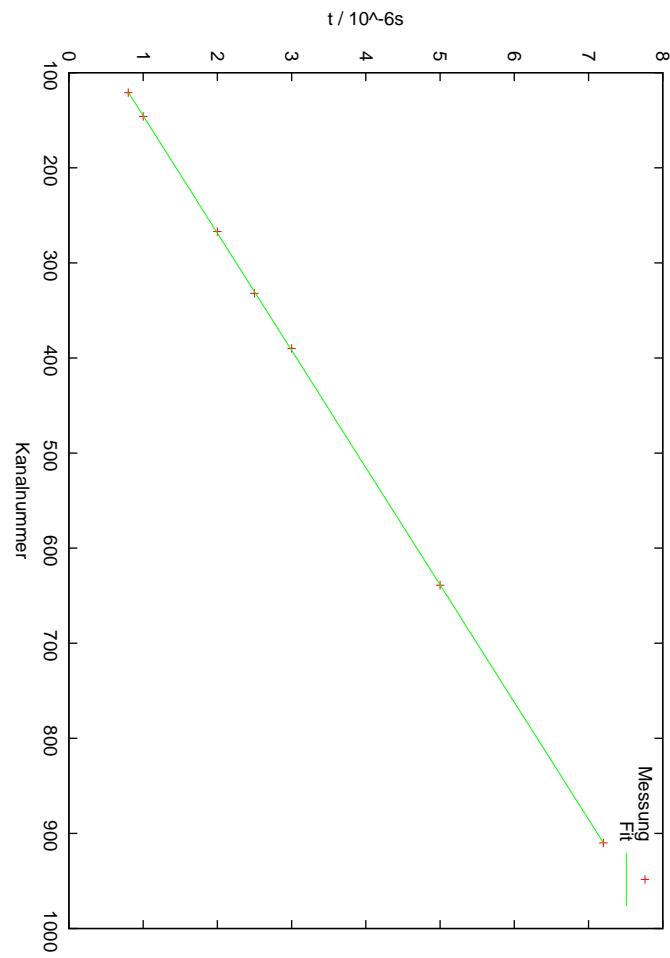


Abbildung 3: Zeiteichung

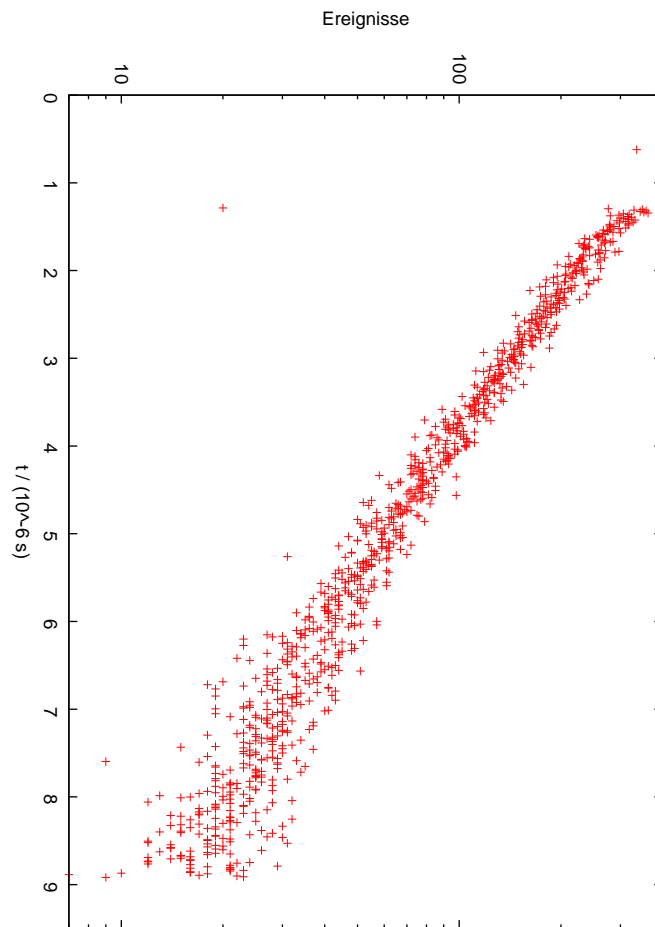


Abbildung 4: Lebensdauerspektrum - original Messwerte - Zeitachse mit Zeiteichung umskaliert

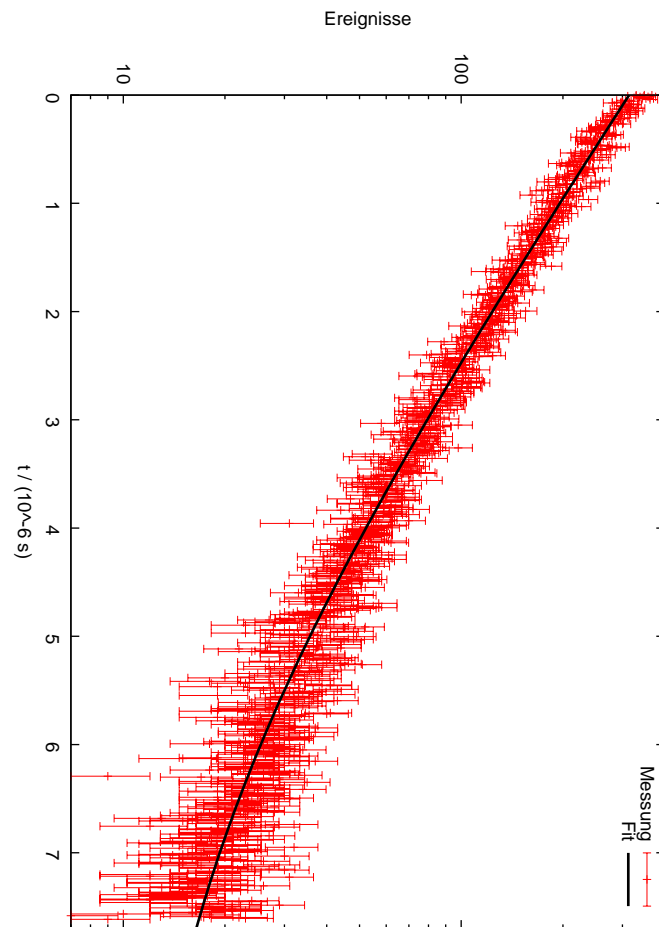


Abbildung 5: Verschobenes Lebensdauerspektrum mit Fit

3.2.2 Auswertung Mathematisch

Alternativ zum Fit lässt sich die Lebensdauer auch mathematisch bestimmen, da sie dem Schwerpunkt der Verteilung entspricht. Auch hier haben wir den Zeitpunkt 1,3113 μ s auf 0 verschoben, um nur sinnvolle Werte zu berücksichtigen. Zudem haben wir den aus dem Fit gewonnenen Untergrund von $N_u = 9,47968$ von jedem einzelnen Kanal abgezogen. Im Fall, dass die mögliche Messdauer bis $t \rightarrow \infty$ gehen würde, wäre dies

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{\sum_i N_i t_i}{N} \\ N &= \sum_i N_i\end{aligned}$$

Da wir aber nur eine endliche Messdauer von $T = 7,622\mu$ s haben, muss dies geeignet korrigiert werden. Hierzu haben wir die *Bartlett'sche S-Funktion* verwendet.

$$\begin{aligned}S(\tau) &= \frac{\sqrt{N}}{A(\tau)} \left(B(\tau) - \frac{\sum_i N_i t_i}{N} \right) \\ B(\tau) &= \tau - \frac{T}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1} \\ A(\tau) &= \sqrt{\tau^2 - \frac{T^2 e^{\frac{T}{\tau}}}{\left(e^{\frac{T}{\tau}} - 1\right)^2}}\end{aligned}$$

Als Intervallbreite haben wir genau einen Kanal gewählt. Zudem ergaben sich aus unseren Werten folgende Parameter:

$$\begin{aligned}\sum_i N_i t_i &= 142059 \\ \sum_i N_i &= 75896 \\ T &= 7,622\mu\text{s}\end{aligned}$$

Die Funktion $S(\tau)$ ist so konstruiert, dass die wahrscheinlichste Lebensdauer τ gegeben ist durch $S(\tau) = 0$ und durch $S(\tau) = \pm 1$, welches dem Konfidenzintervall $[\tau_{min}, \tau_{max}]$ in dem der Wert von τ mit einer Wahrscheinlichkeit von 70% liegt. Durch graphische Schnittpunktsuche in den Diagrammen 6 auf der nächsten Seite und 7 auf Seite 12 haben wir folgende Werte erhalten

$$\begin{aligned}\tau &= 2,0677\mu\text{s} \\ \tau_{min} &= 2,05837\mu\text{s} \\ \tau_{max} &= 2,07711\mu\text{s}\end{aligned}$$

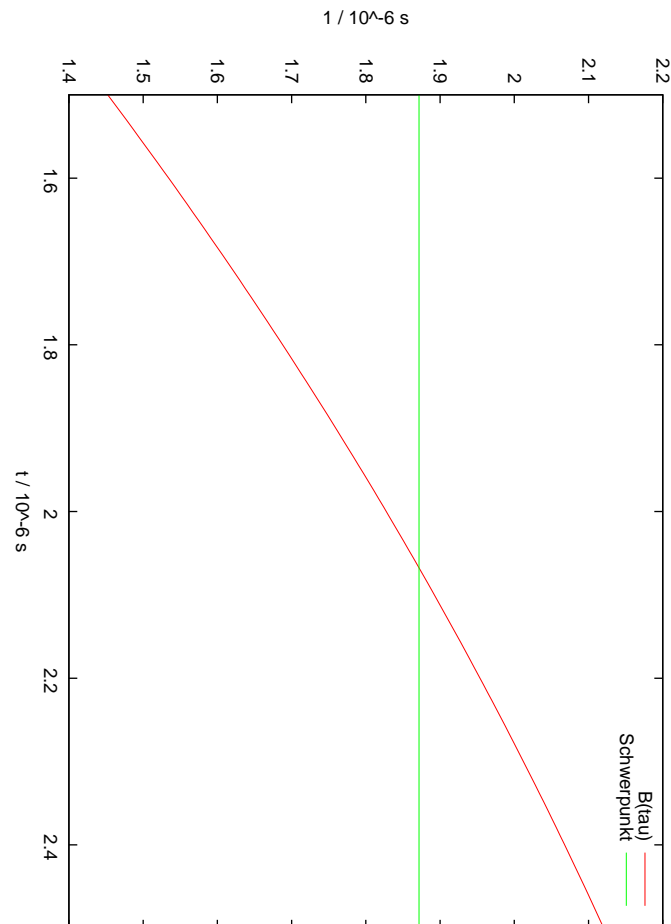


Abbildung 6: Schnittpunkt von $B(\tau)$ mit $\frac{\sum_i N_i t_i}{N}$. Dies entspricht $S(\tau) = 0$ und dient der Bestimmung der mittleren Lebensdauer

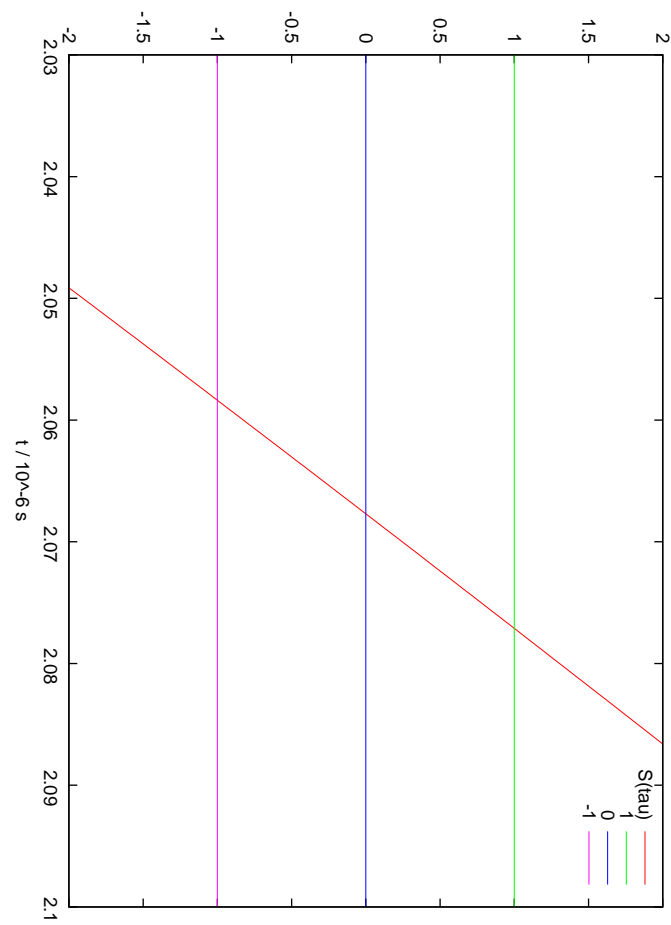


Abbildung 7: Schnittpunkte von $S(\tau)$ mit $-1, 0, +1$ zum bestimmen des Koeffizienziintervalls

3.3 Fazit

Aus dem Fit haben wir für die Lebensdauer ermittelt:

$$\tau = (2,03901 \pm 0,0221765) \mu s$$

Aus der korrigierten Schwerpunktmethode die Werte

$$\begin{aligned}\tau &= 2,0677 \mu s \\ \tau_{min} &= 2,05837 \mu s \\ \tau_{max} &= 2,07711 \mu s\end{aligned}$$

Im Vergleich mit den Literaturwerten[5] der Lebensdauer

$$\begin{aligned}\tau_{\mu^-} &= (2,198 \pm 0,002) \mu s \\ \tau_{\mu^+} &= (2,197 \pm 0,002) \mu s \\ \frac{\tau_{\mu^-}}{\tau_{\mu^+}} &= 1,000 \pm 0,001\end{aligned}$$

haben wir diese bis auf ca. 7% erreicht.

Trotz des recht einfachen Aufbaus lassen sich erstaunlich genaue Ergebnisse erzielen. Mögliche Fehlerquellen, die für die Abweichung verantwortlich sein können, sind schwierig genau anzugeben. Denkbar wäre eine zu ungenaue Bestimmung des Untergrundes oder das Alter und die damit verbundene Abnutzung der Geräte. Im Vergleich mit anderen Gruppen scheinen wir teils Werte ermittelt zu haben, die deutlich näher an den Literaturwerten liegen. Da wir fast dreimal so lange gemessen haben, ist es wahrscheinlich, dass eine noch höhere Messzeit die Genauigkeit verbessern könnte.

Abgesehen davon lässt sich nicht ausschließen, dass durch die Messapparatur ein systematischer Fehler eingebaut wird, da das Start und Stop-Signal evtl. nicht durch die geplanten Photonen aus einer Ereigniskette ausgelöst wurden. Darüber hinaus lässt sich auch nicht ausschließen, dass nur der Myonenzerfall für die detektierten Photonen verantwortlich war.

Literatur

- [1] Anleitungsblatt zum Versuch
- [2] Literaturliste zum Versuch
- [3] Alte Ausarbeitung von Juliane Ginsel
- [4] Wikipedia. Myon Wikipedia, Die freie Enzyklopädie, 2007. [Online; Stand 18. Mai 2007]. <http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Myon&oldid=31675247>
- [5] S. L. Meyer, E. W. Anderson, E. Bleser, I. M. Lederman, J. L. Rosen, J. Rothberg, and I T. Wang. Precision lifetime measurements on positive and negative muons. Phys. Rev., 132(6):2693-2698, Dec 1963.