

Formelsammlung

Grundlagen der Elektrotechnik I/II

<Marco.Moeller@macrolab.de>

Stand: 27.05.2005 - Version: 1.0.2

ERHÄLTlich UNTER [HTTP://PRIVAT.MACROLAB.DE](http://privat.macrolab.de)

Diese Formelsammlung basiert auf der Vorlesung “Grundlagen der Elektrotechnik 1/2” von Prof. Dr.-Ing. Jürgen Lehold an der Universität Kassel im Wintersemester 2003/04 und Sommersemester 2004.

Die folgende Formelsammlung steht zum kostenlosen Download zur Verfügung. Das Urheberrecht und sonstige Rechte an dem Text verbleiben beim Verfasser, der keine Gewähr für die Richtigkeit und Vollständigkeit der Inhalte übernehmen kann.

Inhaltsverzeichnis

1 Konventionen	4
1.1 Einheiten	4
1.2 Vorsatzzeichen	5
1.3 Gleichungen l.15	5
2 Physikalische Grundlagen l.17	5
2.1 Elektrische Ladung l.17	5
2.2 Elektrischer Strom l.17	5
2.3 Elektrische Spannung l.21	6
2.4 Elektrische Widerstand l.22	6
2.5 Energie (Arbeit) l.24	6
2.6 Leistung l.24	7
3 Widerstandsnetzwerk l.26	7
3.1 Netzwerk Strukturen l.88	7
3.2 Kirchhoffschen Gleichungen l.30	7
3.2.1 Knotengleichung (1. Kirchhoff) l.30	7
3.2.2 Maschengleichung (2. Kirchhoff) l.32	8
3.3 Ersatzschaltungen, passiv l.34	8
3.3.1 Reihenschaltung l.34	8
3.3.2 Parallelschaltung l.35	8
3.3.3 Brückenschaltung l.39	8
3.3.4 Stern \iff Dreieck Transformation l.79	8
3.3.5 Auftrennen von Widerständen	9
3.3.6 Symmetrie l.41	9

3.4	Messen I.42	9
3.4.1	Messgeräte I.42	9
3.4.2	Strom-/Spannungsrichtige Messung I.48	10
3.4.3	Messbereichserweiterung I.44	10
3.5	Lineare Zweipole I.51	10
3.5.1	Transformation Ersatzstromquelle \iff Ersatzspannungsquelle I.57	10
3.5.2	Allgemeine Transformation I.57	11
3.5.3	Netzwerk Vereinfachung	11
3.5.4	Grafische Arbeitspunktbestimmung an nichtlinearen Bauteilen I.70	11
3.5.5	Leistung an linearen Zweipolen	12
3.5.6	Anpassung I.67	12
3.6	Überlagerungssatz / Superpositionsprinzip (nach Helmholtz) I.76	12
3.7	Aufstellen eines linearen Gleichungssystems I.84	12
3.7.1	Per Hand I.84	12
3.7.2	Umlaufanalyse I.91	13
3.7.3	Knotenanalyse I.101	14
3.7.4	Vergleich von Knoten- und Umlaufanalyse I.108	15
4	Gesteuerte Quellen I.111	15
4.1	Transistor Ersatzschaltung I.116	15
4.2	Operationsverstärker I.117	16
4.2.1	Ersatzschaltung I.113	16
4.2.2	Kenngrößen I.117	16
4.2.3	Standardschaltungen mit Rückkopplung I.120	16
4.2.4	Komperatorschaltung I.119	16
4.2.5	Kopplungsarten I.120	17
5	Elektrostatitsches Feld I.153	17
5.1	Grundlagen I.153	17
5.2	Spezielle Felder	19
5.2.1	Sternförmige / Homogene Felder	19
5.2.2	Dipol I.166	19
5.2.3	Linienladungen I.167	20
5.3	Im Kondensator gespeicherte Energie I.184	20
5.4	Energie im Elektrischen Feld (Mechanisch) I.186	21
5.5	Influenz I.169	21
5.6	Berechnungsmethoden	21
5.6.1	Symmetrie	21
5.6.2	Überlagerung	21
5.6.3	Gauß'scher Satz der Elektrostatik I.163	22
5.6.4	Prinzip der Materialisierung I.178	22
5.6.5	Prinzip der virtuellen Verschiebung I.186	22
5.7	Verschiedene Dielektrika I.190	22
5.7.1	Allgemein I.190	22
5.7.2	Senkrechte Durchdringung der Grenzschicht I.190	23

6 Stationäre elektrische Strömungsfelder I.201	23
6.1 Grundlagen I.202	23
6.2 Widerstandsberechnung I.204	24
6.2.1 Spezielle Widerstände	24
6.2.2 Erdungsproblem I.206	25
6.3 Bedingungen an Grenzflächen I.209	25
7 Stationäre Magnetfelder I.211	25
7.1 Grundlagen	25
7.1.1 Durchflutungsgesetz I.219	26
7.1.2 Biot-Savart'sches Gesetz I.223	26
7.1.3 magnetischer Fluss I.225	26
7.2 Energie im Magnetfeld I.242	27
7.3 Kräfte im Magnetfeld I.252	27
7.4 Magnetische Ersatzschaltung I.228	27
7.4.1 Rechenregeln	27
7.5 Spezielle Anordnungen I.216	28
7.6 Bedingungen an Grenzflächen I.227	28
7.7 Arbeitsgeraden auf Kennlinien I.232	29
7.8 Kenngrößen von Materialien I.218	29
8 Analogien in zeitlich unveränderlichen elektrischen-/ magnetischen- Feldern I.228	30
9 Zeitlich veränderliche magnetische Felder I.236	30
9.1 Grundlagen I.236	30
9.2 gekoppelte Spulen I.245	31
9.2.1 Berechnungsmethoden I.250	31
9.3 Spezielle Anordnungen	31
9.4 Maxwellschen Gleichungen (Integralform)	31
10 Wechselstromlehre II.11	32
10.1 Grundlagen	32
10.1.1 sonstige Math. Grundbegriffe II.15	32
10.1.2 Grundbegriffe für Schwingungen	32
10.1.3 Komplexe Beschreibung von Schwingungsvorgängen II.18	32
10.1.4 Rechenregeln für komplexe Schwingungsvorgänge II.20	33
10.2 Kenngrößen von Periodische Funktionen	33
10.2.1 Mittelwerte II.29	33
10.2.2 Scheitel- und Formfaktor II.35	33
10.3 Diagramme	34
10.3.1 Zeigerdiagramm	34
10.3.2 Operatorendiagramm / Ortskurve	34
10.4 Komplexes Ohm'sches Gesetz II.39	34

10.5 RLC Schaltungen	34
10.5.1 RLC Parallelschaltung II.52	34
10.5.2 RLC Reihenschaltung II.55	35
10.5.3 Maxwell-Wien-Brücke II.73	35
10.5.4 Lösungsmethode für Netzwerke allgemein II.59	35
10.5.5 Tiefpass / Hochpass II.96	35
10.5.6 RC-Bandpass II.101	35
10.5.7 Verschiedene Frequenzen II.103	35
10.6 Resonanz in RLC-Schaltungen II.105	36
10.6.1 freie Schwingung II.105	36
10.6.2 Erzwungene Schwingung II.108	36
10.7 Leistung im Wechselstromkreis II.136	37
10.8 Der Transformator im eingeschwungenen Zustand II.146	37

Die hinter den Überschriften angegebenen Nummern beziehen sich auf die Bücher “Grundgebiete der Elektrotechnik I-II” von H. Clausert / G. Wiesemann (8. Auflage). Die römische Ziffer gibt die Buchnummer, und die arabische die Seitenzahl an. Z.B. II.45 bedeutet Band II Seite 45.

1 Konventionen

1.1 Einheiten

Alle Einheiten lassen sich auf die 7 SI-Basiseinheiten (System International) zurückführen. Dies sind: Länge (m), Masse (kg), Zeit (s), Stromstärke (A), Temperatur (K), Stoffmenge (Mol) und die Lichtstärke (cd).

Eine ausführliche Auflistung finden sie in Tabelle 1.

Tabelle 1: Einheiten

Grösse	Formel-Buchstabe	Einheit	Einheit-Name
Länge	l	m	Meter
Masse	m	kg	KiloGramm
Zeit	t	s	Sekunde
Stromstärke	I, i(t)	A	Ampere
Temperatur	T, ϑ	°C K	Grad-Zelsius Grad-Kelvin
Stoffmenge	m	Mol	mol
Lichtstärke		cd	Candela
el. Ladung	Q	$C = As$	Culomb
el. Spannung	U, u(i)	$V = \frac{J}{C} = \frac{m^2 kg}{s^3 A}$	Volt
el. Widerstand	R	$\Omega = \frac{1}{S} = \frac{V}{A} = \frac{m^2 kg}{s^3 A^2}$	Ohm
el. Leitwert	G	$S = \frac{1}{\Omega} = \frac{A}{V} = \frac{s^3 A^2}{m^2 kg}$	Siemens
mag. Fluß	ϕ	$W_b = Vs = \frac{m^2 kg}{s^2 A}$	Weber
mag. Flußdichte	B	$T = \frac{Vs}{m^2} = \frac{kg}{s^2 A}$	Tesler
mag. Feldstärke	H	$\frac{A}{m}$	
Induktivität	L	$H = \Omega s = \frac{Vs}{A} = \frac{m^2 kg}{s^2 A}$	Henry
Leistung	P	$W = VA = \frac{m^2 kg}{s^3}$	Watt
Energie	W	$J = Ws = Nm = \frac{m^2 kg}{s^2}$	Joule
el. Kapazität	C	$F = \frac{s}{\Omega} = \frac{C}{V} = \frac{As}{V} = \frac{A^2 s^4}{m^2 kg}$	Farrad
Geschwindigkeit	v	$\frac{m}{s}$	
Beschleunigung	a	$\frac{m}{s^2}$	
Kraft	F	$N = \frac{mkg}{s^2}$	Newton

1.2 Vorsatzzeichen

Siehe Tabelle 2.

Tabelle 2: Vorsatzzeichen und Abkürzungen

da	Deka	10^1	d	Dezi	10^{-1}
h	Hekto	10^2	c	Zenti	10^{-2}
k	Kilo	10^3	m	Milli	10^{-3}
M	Mega	10^6	μ	Mikro	10^{-6}
G	Giga	10^9	n	Nano	10^{-9}
T	Tera	10^{12}	p	Piko	10^{-12}
P	Peta	10^{15}	f	Femto	10^{-15}
E	Exa	10^{18}	a	Atto	10^{-18}
Z	Zetta	10^{21}	z	Zepto	10^{-21}
Y	Yotta	10^{24}	y	Yocto	10^{-24}

1.3 Gleichungen 1.15

- Größengleichungen

$$\underbrace{a}_{\text{Formelzeichen}} = \underbrace{\{a\}}_{\text{Zahl}} \underbrace{[a]}_{\text{Einheit}}$$

- Jeder Wert besteht aus Zahl und Einheit
- Sicherer da man Fehler an falschen Einheiten erkennen kann
- z.B. $P = UI = 220V \cdot 15A = 3300VA = 3300W$

- Zahlenwertgleichungen

- z.B. $W = 4,186 \cdot c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$ wenn C in $\frac{cal}{g \cdot K}$, m in kg , $\Delta\vartheta$ in K
- nicht benutzt, da Probleme mit Einheiten / in richtiger Dimension (mm,cm,m,km,...)

- Zugeschnittene Größengleichungen

- z.B. $\frac{W}{W_s} = \frac{4,186 \cdot c \cdot m \cdot \Delta\vartheta}{cal}$
- selten benutzt, aber sicherer als Zahlenwertgleichungen, da Einheiten mit benutzt werden

2 Physikalische Grundlagen 1.17

2.1 Elektrische Ladung 1.17

- Ladung $Q = ne = \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt$
 - n Anzahl der Elektronen
 - Elementarladung $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} As$

2.2 Elektrischer Strom 1.17

- Gleichstrom $I = \frac{Q}{t} = \frac{U}{R}$
- Wechselstrom $i(t) = \frac{dQ}{dt}$
 - Bezogen auf Querschnitt

- Stromrichtung
 - Technisch
Richtung von positiven Ladungsträgern (+ → -)
 - Physikalisch
Richtung von Elektronen (- → +)

2.3 Elektrische Spannung 1.21

- Potentialdifferenz $W_A - W_B = U_{AB} \cdot q$
- Spannung $U_{AB} = \frac{W_A - W_B}{q} = RI$
- Zählpeilsysteme (Spannungsrichtung)
 - Verbraucher Zählpeilsystem
 - * Bei Widerständen in Stromrichtung
 - * Bei Quellen gegen Stromrichtung
 - Erzeuger Zählpeilsystem
 - * Bei Widerständen in Stromrichtung
 - * Bei Quellen gegen Stromrichtung
 - * Früher "EMK"-Elektro Motorische Kraft abgekürzt

2.4 Elektrische Widerstand 1.22

- Linearer Widerstand $R = \frac{U}{I}$
- differentieller Widerstand $r = \frac{dU}{dI}$
 - z.B. bei Halbleitern
- Leitwert $G = \frac{1}{R}$
- Materialwiderstand $R = \frac{l\rho}{A} = \frac{l}{A\gamma}$
 - Wenn Strom gleichmäßig im Material fließt
 - A Querschnittfläche
 - l Leiter Länge
 - ρ spezifischer Materialwiderstand $[\rho] = \Omega m$
 - γ spezifischer Materialleitwert $[\gamma] = \frac{S}{m}$
- Temperaturabhängiger Widerstand

$$R = R_{20} \left(1 + \alpha_{20} \left(\frac{\vartheta}{\vartheta_C} - 20 \right) K + \beta_{20} \left(\frac{\vartheta}{\vartheta_C} - 20 \right)^2 K^2 + \dots \right)$$
 - R_{20} Widerstand bei Raumtemperatur
 - $\alpha_{20}, \beta_{20}, \dots$ Temperaturkoeffizienten (Materialkonstanten)
 - Die Formel kann nach einem beliebigen Koeffizienten als Näherung abgebrochen werden

2.5 Energie (Arbeit) 1.24

- Zeitl. Konstant $W = QU = UI t$
- Zeitl. Veränderlich $W = \int_{t_1}^{t_2} u(t) i(t) dt$
- Energiewirkungsgrad $\eta_W = \frac{W_N}{W_G} = \frac{\text{genutzte Energie}}{\text{aufgewandte Energie}}$

2.6 Leistung 1.24

- Zeitl. Konstant $P = \frac{W}{t} = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R$
- Zeitl. Veränderlich $P = \frac{dW}{dt} = u(t) i(t)$
- Leistungswirkungsgrad $\eta_P = \frac{P_N}{P_G} = \frac{\text{genutzte Leistung}}{\text{aufgewandte Leistung}}$
 - Wenn zeitlich nicht veränderlich $\Rightarrow \eta_w = \eta_P$

3 Widerstandsnetzwerk 1.26

3.1 Netzwerk Strukturen 1.88

Knoten Ein Knoten ist ein Punkt in dem sich mehrere Leitungen (mindestens 3), und damit auch Ströme, treffen.

Großknoten Ein Großknoten ist ein Ausschnitt aus einem Netzwerk. Hier sind alle mit diesem Ausschnitt verbundenen Leitungen zu berücksichtigen

Umlauf Ein Umlauf ist ein geschlossener Pfad in einem Netzwerk, bei dem man sich nur über Spannungspfeile und Leiterbahnen bewegen darf (über jedem Bauteil ist eigentlich ein Spannungspfeil, auch wenn er nicht immer gezeichnet ist).

Masche Ein Masche ist ein spezieller Umlauf, bei dem innerhalb des Umlaufes keine weiteren Spannungspfeile (Leitungen) liegen. Maschen sind bei einer Schaltung nicht eindeutig, sondern hängen von der Struktur der Zeichnung ab.

Baum Unter einem Baum verstehen wir hier die Abstrahierung der Struktur eines Netzwerkes als *Linienkomplex*. Bei einem Baum werden alle Knoten aus dem Netzwerk übernommen. Allerdings sind hier die Knoten mit sogenannten *Zweigen*, auf die gleiche Weise wie im Netzwerk, verbunden.

Vollständiger Baum Bei einem Vollständigen Baum gibt es im Unterschied zu einem Baum keine geschlossenen Umläufe. Allerdings ist trotzdem jeder Knoten mit jedem verbunden! Um dies zu erreichen werden bei einem gegebenen Baum die Zweige in zwei Kategorien unterteilt. In *Baumzweige* und in *Verbindungszweige*.

Gegeben ist ein Netzwerk mit k Knoten und z Zweigen. Ein vollständiger Baum hat dann $b = k - 1$ Baumzweige und $v = z - b = z - k + 1$ Verbindungszweige. Um k Knoten miteinander zu verbinden gibt es $n_b = k^{(k-2)}$ unterschiedliche vollständige Bäume.

Sternförmiger vollständiger Baum Bei einem solchen Baum gibt es einen *Bezugsknoten* in der Mitte, von dem die einzelnen Baumzweige abgehen. Baumzweige die nicht mit dem Bezugsknoten verbunden sind dürfen nicht enthalten sein. Ein so definierter Baum hat eine sternförmige Struktur.

3.2 Krichhoffschen Gleichungen 1.30

3.2.1 Knotengleichung (1. Kirchhoff) 1.30

Die Summe aller Ströme in einem Knoten (siehe 3.1) ist 0.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

- einfließende Ströme mit positiven, ausfließende mit negativen Vorzeichen
- auch Großknoten (von einer geschlossenen Linie Umschlossen)

3.2.2 Maschengleichung (2. Kirchhoff) 1.32

In einem Geschlossenen Maschenumlauf (siehe 3.1) ist die Summe aller Spannungen = 0.

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

- Beim Umlauf darf man sich auf allen Spannungspfeilen bewegen.
- Umlauf in Pfeilrichtung positiv, entgegengesetzt negativ

3.3 Ersatzschaltungen, passiv 1.34

3.3.1 Reihenschaltung 1.34

- Ersatzwiderstand

$$R_g = \sum_{k=1}^n R_k$$

- Spannungsteiler

$$U_v = U_g \frac{R_v}{R_g}$$

3.3.2 Parallelschaltung 1.35

- Ersatzwiderstand

$$G_g = \sum_{k=1}^n G_k$$

$$R_g = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}$$

– Sonderfall bei 2 Widerständen $R_g = R_1 || R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

- Stromteiler

$$I_v = I_g \frac{G_v}{G_g}$$

– Sonderfall bei 2 Widerständen $I_1 = I_g \frac{G_1}{G_1 + G_2} = I_g \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

3.3.3 Brückenschaltung 1.39

Eine Brückenschaltung lässt sich nicht direkt berechnen. Aber es lassen sich alle Methoden für kompliziertere Netzwerke anwenden.

Sonderfall *abgegliche Brücke*. Hier ist der Strom und die Spannung im Brückenweig $I_b = 0A$, $U_b = 0V$. Hier kann der Brückenweig kurzgeschlossen oder geöffnet werden, um weitere Berechnungen anzustellen. Eine Brücke ist abgeglichen wenn $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$ gilt.

3.3.4 Stern \iff Dreieck Transformation 1.79

Der Mittelpunkt eines Sterns aus 3 Widerständen bekommt die Nummer 0, die Ecken die Nummern 1 bis 3. Gleiches gilt für die Ecken eines Dreiecks aus 3 Widerständen. Um nun von einer in die andere Schaltung zu transformieren, nutzt man folgende Gleichungen (Achtung, innere Ströme gehen dadurch verloren!!)

- Dreieck \implies Stern

$$\begin{aligned}
 R_{10} &= \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \\
 R_{20} &= \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \\
 R_{30} &= \frac{R_{13}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \\
 \text{Sternw.} &= \frac{\text{Prod. Anliegerwiderstände}}{\text{Umfangswiderstand}}
 \end{aligned}$$

- Stern \implies Dreieck

$$\begin{aligned}
 R_{12} &= \frac{R_{10}R_{20}}{R_{30}} + R_{10} + R_{20} = \frac{R_{10}R_{20} + R_{10}R_{30} + R_{20}R_{30}}{R_{30}} \\
 R_{13} &= \frac{R_{10}R_{30}}{R_{20}} + R_{10} + R_{30} = \frac{R_{10}R_{20} + R_{10}R_{30} + R_{20}R_{30}}{R_{20}} \\
 R_{23} &= \frac{R_{20}R_{30}}{R_{10}} + R_{20} + R_{30} = \frac{R_{10}R_{20} + R_{10}R_{30} + R_{20}R_{30}}{R_{10}} \\
 \text{Dreiecksw.} &= \frac{\text{Prod. Anliegerwiderstände}}{\text{gegenüberliegender W.}} + \text{Sum. Anliegerwiderstände} \\
 &= \frac{\text{Summe der Produkte der Dreieckswiderstände}}{\text{gegenüberliegender Widerstand}} \\
 &= \frac{\text{Prod. Anliegerleitwerte}}{\text{Umfangleitwert}}
 \end{aligned}$$

Durch die Stern \iff Dreieck Transformation ändert sich die Zahl der Knoten und Maschen im Netz (siehe 3.1), ihre Summe bleibt aber konstant. Man erhält dadurch trotzdem eine Vereinfachung, da das neue Netzwerk meistens eine einfachere Struktur als das Alte hat, und so leichter zu bestimmen ist.

3.3.5 Auftrennen von Widerständen

Unter Umständen kann eine Berechnung einfacher sein, wenn man Anstatt einem einzelnen Widerstand am gleichen Ort 2 oder mehrere hätte. Dies erhält man durch die umgekehrte Anwendung der Parallel-/Reihenschaltung.

Parallelschaltung Man kann einen Widerstand mit dem Wert R durch n parallele Widerstände mit jeweils dem Wert $n \cdot R$ ersetzen.

Reihenschaltung Man kann einen Widerstand mit dem Wert R durch n in reihe geschaltete Widerstände mit jeweils dem Wert $\frac{R}{n}$ ersetzen.

3.3.6 Symmetrie 1.41

Für Netzwerke mit eigentlich komplizierter Struktur, die einen symmetrischen Aufbau besitzen (auf U,R,I Werte achten!!!), kann man einen Weiteren eleganten Rechenrick anwenden. Symmetrische Bauteile werden auch die selben U/I Größen aufweisen. In einem Netzwerk das fast symmetrisch ist, kann es helfen Bauteile wie unter 3.3.5 aufzutrennen um die Symmetrie zu erlangen.

3.4 Messen 1.42

3.4.1 Messgeräte 1.42

Ein Messgerät besteht im Ersatzschaltbild aus einem Widerstand und einem Messwerk, welches eine Größe (z.B. I, U) messen kann. Hier wird zusätzlich der maximale Zeigerausschlag mit angegeben.

Ein Strommesswerk wird in Reihe in den Messzweig eingebaut. Es sollte einen möglichst kleinen Innenwiderstand haben.

Ein Spannungsmesswerk wird parallel an einen Messzweig angeschlossen. Es sollte einen möglichst großen Innenwiderstand haben.

Unter *Klassengenauigkeit* versteht man bei einem Messgerät die Größe des prozentualen maximalen Messfehlers bezogen auf den Messbereichs Endwert. Z.B. ist eine Klassengenauigkeit von 1,5 bei einem 1A Messgerät, das es immer einen Fehler von +/- 15 mA hat. Auch bei einem gemessenen Wert von z.B. 30 mA. Dies hat zur Folge, das man möglichst im letzten $\frac{1}{3}$ des Messbereiches messen sollte, da sonst der Fehler zu groß wird.

3.4.2 Strom-/Spannungsrichtige Messung 1.48

Wenn Strom und Spannung zugleich gemessen werden, kann nur eine der beiden Größen korrekt gemessen werden.

Bei der *Stromrichtigen* Messung liegt das Strommessgerät direkt in Reihe in dem Messzweig, und die Spannung wird über Messobjekt *und* Strommessgerät gemessen (deshalb auch verfälscht). Zu nutzen wenn $R_{iA} \ll R_{Mess}$.

Bei der *Spannungsrichtigen* Messung liegt das Strommessgerät in Reihe mit der Parallelschaltung aus Messzweig und Spannungsmessgerät (deshalb auch verfälscht). Die Spannung wird nur über dem Messobjekt gemessen. Zu nutzen wenn $R_{iV} \ll R_{Mess}$.

3.4.3 Messbereichserweiterung 1.44

Verkleinerung nur mit aktiven Bauelementen wie Verstärkern möglich!! Mit ohmschen Widerständen nur Vergrößerung

- Strommessgerät (Amperemeter)
 R_p parallel zum Messgerät $I_{Mneu} = I_{Malt} \frac{R_m + R_p}{R_p}$
- Spannungsmessgerät (Voltmeter)
 R_R in Reihe zum Messgerät $U_{Mneu} = U_{Malt} \frac{R_m + R_R}{R_m}$

3.5 Lineare Zweipole 1.51

Lineare Zweipole bestehen aus *linearen Netzwerke* (enthalten nur Strom- / Spannungsquellen und Ohmsche Widerstände). Zudem sind sie nur mit 2 Klemmen vorhanden. Bei diesen Netzwerken sind einige Vereinfachungen möglich. Wenn ein Gesamtnetzwerk auch andere Komponenten enthält, lassen sich aber evtl. Teile des Netzwerks als Lineare Zweipole auffassen.

Alle linearen Zweipole lassen sich nach Außen hin durch eine Reihenschaltung aus Widerstand und idealer Spannungsquelle (*Ersatzspannungsquelle*) beschreiben. Gleichwertig ist die Beschreibung mit Hilfe einer Parallelschaltung aus Widerstand und idealer Stromquelle (*Ersatzstromquelle*). Diese hat allerdings keine physikalische Entsprechung.

Achtung!! Innere Größen wie z.B. Quellleistung und Wirkungsgrad gehen verloren.

3.5.1 Transformation Ersatzstromquelle \iff Ersatzspannungsquelle 1.57

Gegeben Sei eine Ersatzspannungsquelle mit U_q, R_{iV} und eine Ersatzstromquelle mit I_q, R_{iA} . Dann gelten folgende Beziehungen:

$$R_i = R_{iV} = R_{iA}$$

$$U_q = R_i I_q$$

$$I_q = \frac{U_q}{R_i}$$

Dies sind die gleichen Beziehungen wie beim ohmschen Gesetz, also nichts neues.

3.5.2 Allgemeine Transformation 1.57

Ein beliebiges Netzwerk lässt sich mit folgenden Schritten in eine Ersatzquelle transformieren. Wobei nur 2 ausgeführt werden müssen, der 3te Wert lässt sich mit Hilfe des ohmschen Gesetzes wenn benötigt berechnen. Am besten werden die 2 im konkreten Fall einfachsten genommen.

- U_q bestimmen
 - Klemmen “öffnen”
 - Leerlaufspannung bestimmen $U_l = U_q$
- I_q bestimmen
 - Klemmen “Kurzschließen”
 - Kurzschlussstrom bestimmen $I_k = I_q$
- R_i bestimmen
 - Klemmen “öffnen”
 - Alle eingebauten Stromquelle öffnen
 - Alle eingebauten Spannungsquellen kurzschließen
 - Widerstand zwischen den Quellen bestimmen $R_g = R_i$

Dies Verfahren lässt sich nur rechnerisch nutzen, da es die meisten realen Schaltungen zerstören würde. In der Praxis geht man wie folgt vor.

U_q bestimmen

- Klemmen mit passenden R_{L1} belasten
 - Strom I_1 und Spannung U_1 messen
- Klemmen mit passenden R_{L2} belasten
 - Strom I_2 und Spannung U_2 messen
- R_i, U_q, I_q errechnen
 - $R_i = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2}$
 - $U_q = U_{L1} \frac{R_i + R_{L1}}{R_{L1}} = U_{L2} \frac{R_i + R_{L2}}{R_{L2}}$
 - $I_q = \frac{U_q}{R_i}$

3.5.3 Netzwerk Vereinfachung

Um Netzwerke zu vereinfachen kann man alternierend Ersatz Strom- / Spannungsquellen mit passend interpretierten R_i transformieren (möglichst viele Widerstände zu R_i zusammenfassen um eine rasche Vereinfachung zu erlangen). Bzw. durch rechnerischen Kurzschlussversuch. Es lassen sich aber sicherlich auch beide Ansätze kombinieren.

3.5.4 Grafische Arbeitspunktbestimmung an nichtlinearen Bauteilen 1.70

Wenn ein nichtlineares Bauteil in einer Schaltung verbaut ist, lässt sich die Spannung an dem Bauteil bzw. der Strom durch das Bauteil nicht leicht rechnerisch bestimmen. Grafisch ist es allerdings leicht möglich.

Wenn nur ein solches Bauteil in einer Schaltung vorhanden ist, kann man den Rest des Netzwerkes zu einer idealen Quelle zusammenfassen. Nun trägt man die Größen U_q, I_q auf den Achsen des der Bauteilkennlinie ein und verbindet sie mit einer Geraden. Der Schnittpunkt mit der Kennlinie nennt sich *Arbeitspunkt* (AP) und seine Achsenwerte (U, I) geben den die an dem Bauteil anliegenden Werte wieder.

Falls man mehrere solche Bauteile in Reihe hat, kann man durch Umskalierung der Achse (mehrere identische Bauteile) oder durch grafische Addition der Kennlinie (mehrere verschiedene Bauteile) das Problem ebenfalls auf den Fall mit nur einem Bauteil zurückführen.

3.5.5 Leistung an linearen Zweipolen

$$\eta_P = \eta_W = \frac{R_L}{R_L + R_i}$$

3.5.6 Anpassung 1.67

Leistungsanpassung $R_i = R_L$

- $\eta_P = 0,5$
- maximale Leistung am Lastwiderstand

Spannungsanpassung $R_i \ll R_L$

- $\eta \approx 1$
- maximale (konstante / unabhängig vom genauen Lastwiderstand) Spannung am Lastwiderstand

Stromanpassung $R_i \gg R_L$

- $\eta \approx 0$
- maximaler (konstanter / unabhängig vom genauen Lastwiderstand) Strom am Lastwiderstand

3.6 Überlagerungssatz / Superpositionsprinzip (nach Helmholtz) 1.76

Bei linearen Netzwerken (nur Strom-/Spannungsquelle und Widerstände) hat man die Möglichkeit die Wirkung der einzelnen Quellen separat zu berechnen. Die tatsächliche Wirkung auf ein Bauteil (Strom / Spannung), ist nun die Überlagerung der einzelnen Spannungen. Dazu geht man wie folgt vor.

- Man wiederhole folgendes für jede im Netz vorhandene Quelle $(1, \dots, k, \dots, n)$
 - Alle Quellen außer Quelle k abschalten (Spannungsquellen kurzschließen, Stromquellen öffnen).
 - Alle benötigten Werte im akt. umgestalteten Netzwerk berechnen. Alle anderen *Netzwerkanalyseverfahren* dürfen dabei zum Tragen kommen. Dabei schreibt man:
 - * $I_v^{(k)}$ ist der Strom v der durch die Quelle k getrieben wird.
 - * $U_v^{(k)}$ ist die Spannung v die durch die Quelle k erzeugt wird.
- Um einen tatsächlichen, im Originalnetzwerk fließenden Strom bzw. eine anliegende Spannung zu erhalten muss man nur die Summe der einzelnen Ströme / Spannungen berechnen: $I_v = \sum_{k=1}^n I_v^{(k)}$ und $U_v = \sum_{k=1}^n U_v^{(k)}$

Man kann sich im Allgemeinen sparen, jeweils Strom und Spannung auszurechnen, da man durch eine Größe die jeweils Andere im Originalnetzwerk über das Ohmsche Gesetz leicht bestimmen kann. Zudem müssen auch nicht alle gesuchten Größen auf diese Weise ermittelt werden. Manchmal ist es ratsamer nur einzelne, schwierig zu bestimmende Werte so zu errechnen und im Originalnetzwerk mit diesen die Restlichen zu bestimmen.

Dieses Prinzip lässt sich mathematisch von durch die Linearität der Ohmschen Gleichung begründen ($f(a+b) = f(a) + f(b)$).

Prinzip der Überlagerung gilt somit für alle linearen Gleichungssysteme!

3.7 Aufstellen eines linearen Gleichungssystems 1.84

3.7.1 Per Hand 1.84

Durch das Aufstellen aller über ein Netzwerk bekannten Beziehungen, erhält man ein Gleichungssystem, das sich mit Hilfe der Mathematik mehr oder weniger leicht lösen lässt. Allgemein benötigt man für jede Unbekannte in einem Netz 1 Gleichung. Um hier nicht aus Versehen linear abhängige aufzustellen, nutzt man folgende Regeln.

- Aus den Umläufen kann man Gleichungen beziehen. Allerdings sollten nur die Maschen genutzt werden, da so keine Größe vergessen, und auch keine lin. Abhängigkeit entstehen kann. Aus einer Schaltung mit m Maschen erhält man m Umlaufgleichungen (siehe 3.2).
- Aus den Knoten kann man Gleichungen beziehen. Allerdings sind bei k Knoten nur $k - 1$ linear unabhängige. Welche das sind, spielt keine Rolle.
- An jedem Widerstand lässt sich die Beziehung $U = RI$ bzw. $I = \frac{U}{R}$ aufstellen.

In dem so erstellen Gleichungssystem sind enorm viele Gleichungen vorhanden. Von vornherein einfacher wird es, in dem man in den Umlaufgleichungen direkt anstelle der Spannungen das Produkt aus Widerstand und Strom schreibt.

3.7.2 Umlaufanalyse 1.91

Bei der Umlaufanalyse handelt es sich um ein Verfahren, um möglichst einfach ein lineares Gleichungssystem mit wenig Unbekannten zu erhalten. Um ein Gleichungssystem der Gestalt

$$\begin{array}{l} \text{Umlauf mit } I_1 : \\ \text{Umlauf mit } I_v : \\ \text{Umlauf mit } I_n : \end{array} \begin{bmatrix} +R_{11} & \cdot & \pm R_{1k} & \cdot & \pm R_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \pm R_{1k} & \cdot & +R_{vv} & \cdot & \pm R_{vn} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \pm R_{1n} & \cdot & \pm R_{vn} & \cdot & +R_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} +I_1 \\ \cdot \\ +I_v \\ \cdot \\ +I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pm U_{q1} \\ \cdot \\ \pm U_{qv} \\ \cdot \\ \pm U_{qn} \end{bmatrix}$$

(Indizes absichtlich so, da die Matrix spiegelsymmetrisch auf der Haupt-Diagonale ist) zu erhalten, muss man folgendes Schema anwenden:

1. Stromquellen wenn möglich in Spannungsquellen transformieren.
2. Alle Leitwerte (wenn vorhanden) in Widerstände umrechnen.
3. Für das Netz einen vollständigen Baum auswählen. Dabei folgendes beachten:
 - Alle Stromquellen müssen in Verbindungszweige liegen, alle Spannungsquellen sollten.
 - gesuchte Ströme möglichst in Verbindungszweige legen
 - Baum so wählen das möglichst einfache Umläufe entstehen (möglichst kurz) (möglichst Sternförmig)
 - Einen Baumzweig sollten sich möglichst wenig Umläufe "teilen"
4. Über Stromquellen einen Spannungspfeil eintragen
5. In den Verbindungszweigen Zählpfeile (für Stromrichtung) eintragen
6. In den Stromvektor alle Ströme aus Verbindungszweigen zuordnen
7. Jedem Strom aus Verbindungszweig einen Umlauf, der sich nur über Baumzweige schließt, zuordnen. Richtung wie Zählpfeil.
8. Für jeden Umlauf eine Zeile des obigen Gleichungssystems aufstellen:
 - (a) Diagonalelement der Widerstandsmatrix (R_{vv}) ist die Summe aller Widerstände im jeweiligen Umlauf v .
Vorzeichen: +
 - (b) Andere Matrixelemente (R_{vk}) sind die Kopplungswiderstände zwischen den Umläufen. Der Umlauf I_v hat in z.B. in der k -ten Spalte die Summe aller Widerstände die der Umlauf k und v gemeinsam haben stehen.
Vorzeichen: + für im Baum gleichgerichtete Umläufe, - für entgegen gerichtete.
 - (c) Das Element des Spannungsvektors wird aus der Summe aller Quellspannungen des Umlaufes gebildet.
Vorzeichen: + wenn Spannungszählpfeil gegen den Umlaufsinn, - wenn im Umlaufsinn.
9. Überprüfen, ob die Elemente der Matrix wirklich Spiegelsymmetrisch zu der Diagonale (Diagonale von Oben Links nach Unten Rechts) sind. Wenn nicht, alles von vorn...

10. Wenn im Netzwerk noch Stromquellen enthalten waren, die Matrix für jede dieser Quellen wie folgt vereinfachen:
 - (a) Die Zeile mit dem Umlauf über die Stromquelle streichen.
 - (b) In allen anderen Zeilen die zur Stromquelle zugehörige Spalte streichen. Wert der gestrichenen Zellen mit umgekehrten Vorzeichen und Multipliziert mit dem Stromquellenstrom in die entsprechenden Zellen im Spannungsvektor eintragen (jeweils in die gleiche Zeile).
11. Gleichungssystem Lösen
12. Alle nun noch nicht bekannten Größen mit Hilfe der Kirchhoffschen Gleichungen (siehe 3.2 auf Seite 7) und des Ohmschen Gesetzes errechnen.

3.7.3 Knotenanalyse 1.101

Bei der Knotenanalyse handelt es sich um ein Verfahren, um möglichst einfach ein lineares Gleichungssystem mit wenig Unbekannten zu erhalten. Um ein Gleichungssystem der Gestalt

$$\begin{array}{l}
 \text{K. 1 :} \\
 \cdot \\
 \text{K. v :} \\
 \cdot \\
 \text{K. k-1 :}
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 +G_{11} & \cdot & -G_{1n} & \cdot & -G_{1(k-1)} \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 -G_{1n} & \cdot & +G_{vv} & \cdot & -G_{v(k-1)} \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 -G_{1(k-1)} & \cdot & -G_{v(k-1)} & \cdot & +G_{(k-1)(k-1)}
 \end{bmatrix}
 \cdot
 \begin{bmatrix}
 +U_1 \\
 \cdot \\
 +U_v \\
 \cdot \\
 +U_{k-1}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \pm I_{q1} \\
 \cdot \\
 \pm I_{qv} \\
 \cdot \\
 \pm I_{q(k-1)}
 \end{bmatrix}$$

(Indizes absichtlich so, da die Matrix spiegelsymmetrisch auf der Haupt-Diagonale ist) zu erhalten, muss man folgendes Schema anwenden:

1. Spannungsquellen wenn möglich in Stromquellen Transformieren.
2. Alle Widerstände (wenn vorhanden) in Leitwerte umrechnen.
3. Für das Netz einen Sternförmigen vollständigen Baum auswählen. Dabei folgendes beachten:
 - Wenn nicht möglich, das Netzwerk entsprechend um Leitwerte mit $G = 0S$ ergänzen.
 - gesuchte Spannungen möglichst in Baumzweige legen
 - Alle Spannungsquellen müssen in Baumzweigen liegen
4. Zählpfeile der unabhängigen Spannungen längs der Baumzweige in Richtung des Bezugsknotens (Mittelpunkt) eintragen
5. In den Spannungsvektor alle Spannungen aus den Baumzweigen eintragen
6. Für jeden Knoten (außer dem mittlerem Bezugsknoten) eine Zeile des Gleichungssystems aufstellen:
 - (a) Diagonalelement der Leitwertmatrix (G_{vv}) ist die Summe aller Leitwerte (entspricht-Parallelschaltung) die im jeweiligen Knoten v zusammentreffen.
Vorzeichen: +
 - (b) Andere Matrixelemente (G_{vk}) sind die Summe der Kopplungsleitwerte zwischen den Knoten v und k.
Vorzeichen: -
 - (c) Das Element des Stromvektors wird aus der Summe aller Quellströme die an den jeweiligen Knoten angeschlossen sind gebildet.
Vorzeichen: + wenn der Strom in den Knoten hinein fließt, - wenn heraus fließt.
7. Überprüfen, ob die Elemente der Matrix wirklich Spiegelsymmetrisch zu der Diagonale (Diagonale von Oben Links nach Unten Rechts) sind. Wenn nicht, alles von vorn...
8. Wenn im Netzwerk noch Spannungsquellen enthalten waren, die Matrix für jede dieser Quellen wie folgt vereinfachen:
 - (a) Die Zeile mit dem Zweig der die Spannungsquelle enthält streichen.

- (b) In allen anderen Zeilen die zur Spannungsquelle zugehörige Spalte streichen. Wert der gestrichenen Zellen mit umgekehrten Vorzeichen und Multipliziert mit der Spannungsquellen-Spannung in die entsprechenden Zellen im Stromvektor eintragen (jeweils in die gleiche Zeile).

9. Gleichungssystem Lösen

10. Alle nun noch nicht bekannten Größen mit Hilfe der Kirchhoffschen Gleichungen (siehe 3.2 auf Seite 7) und des Ohmschen Gesetzes errechnen.

3.7.4 Vergleich von Knoten- und Umlaufanalyse 1.108

In Tabelle 3 kann man sehen, wie groß ein Gleichungssystem bei der jeweiligen Analyse-Methode werden würde. Man muss allerdings auch den Aufwand zum Erstellen eines solchen Gleichungssystems mit in die Betrachtung mit einbeziehen.

Tabelle 3: Größe des Gleichungssystem bei Maschen-/Knotenanalyse

k Knoten	Knotenanalyse $b = k - 1$ Baumzweige	$\hat{z} = \frac{k(k-1)}{2} = \sum_{k=1}^{n-1} k$ max. mögl. Zweige	Maschenanalyse $\hat{v} = \hat{z} - b$ max. Verbindungszweige
2	1	1	0
3	2	3	1
4	3	6	3
5	4	10	6
6	5	15	10
7	6	22	15

4 Gesteuerte Quellen 1.111

Mit Hilfe gesteuerter Quellen lassen sich einige aktive Bauelemente näherungsweise (und vor allem einfacher) beschreiben. Es gibt folgende Arten von gesteuerten Quellen.

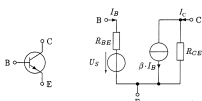
- U_E steuert U_A : spannungsgesteuerte Spannungsquelle ($U_A = k_1 U_E$)
- U_E steuert I_A : spannungsgesteuerte Stromquelle ($I_A = k_2 U_E$)
- I_E steuert U_A : stromgesteuerte Spannungsquelle ($U_A = k_3 I_E$)
- I_E steuert I_A : stromgesteuerte Stromquelle ($I_A = k_4 I_E$)

Mit diesen Ersatzschaltungen lassen sich alle bisher vorgestellten Analyseverfahren auch für Elemente wie Transistoren und Operationsverstärker verwenden.

4.1 Transistor Ersatzschaltung 1.116

Ein Transistor lässt sich als Näherung durch eine Ersatzschaltung (siehe Abbildung 1) aus idealen Quellen und Widerständen beschreiben. Der Eingangsstrom I_B steuert hier den Ausgangsstrom I_C . Allerdings ist ein Teil des Ausgangsstromes durch den Widerstand R_{CE} kurzgeschlossen. Zur Vereinfachung lassen sich die Spannungsquelle U_S und der Widerstand R_{CE} noch weglassen.

Abbildung 1: Transistor Ersatzschaltbild

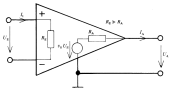


4.2 Operationsverstärker 1.117

4.2.1 Ersatzschaltung 1.113

Auch ein Operationsverstärker lässt sich näherungsweise durch eine Ersatzschaltung (siehe Abbildung 2) beschreiben. Zu beachten ist hier, das die Ausgangsspannung keinen höheren (bzw. niedrigeren) Wert als die Betriebsspannung erreichen kann. Innerhalb dieser Grenzen ist die Ersatzschaltung allerdings ziemlich gut. Die Betriebsspannung wird in Standard Schaltbildern aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht mit eingezeichnet. Üblicherweise werden Operationsverstärker mit einer Symmetrischen Betriebsspannung von $\pm 12V$ versorgt. Die meisten OP's haben noch weitere Eingänge, die uns hier aber nicht weiter interessieren.

Abbildung 2: Nicht übersteuerter Operationsverstärker als spannungsgesteuerte Spannungsquelle.



4.2.2 Kenngrößen 1.117

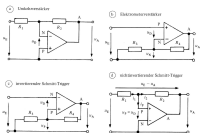
Um OP (Operationsverstärker) Schaltungen einfacher analysieren zu können, geht man von folgenden Idealen Werten aus.

- $R_E = \infty \Omega$ Eingangswiderstand
- $R_A = 0 \Omega$ Ausgangswiderstand
- $v_E = \infty$ Spannungsverstärkungsfaktor ($U_A = v_E U_E$)
- $U_E = 0V$ Eingangsspannung (wenn $|U_A| < |U_{V\text{ersorgung}}|$ bzw. OP korrekt Rückgekoppelt)
- $I_E = 0A$ Eingangsstrom (Am Plus und Minuseingang)
- $U_{DC\text{offset}} = 0V$ Offsetspannung (Ausgang um $U_{DC\text{offset}}$ aus der Ruhelage verschoben)
- $\pm U_{AMax} = \pm U_{V\text{ersorgung}}$

4.2.3 Standardschaltungen mit Rückkopplung 1.120

Das Prinzip der Rückkopplung wird bei Operationsverstärkern sehr häufig angewandt, da man mit der (starken Fertigungstoleranzen unterliegenden) großen Leerlaufverstärkung meist wenig anfangen kann. Allerdings lässt sich die Verstärkung durch Rückkopplung drastisch senken und auch auf einen festen Wert stabilisieren, unabhängig von der Leerlaufverstärkung. Hierzu folgende Standardschaltungen (siehe Abbildung 3), die sich aller sehr gut mit den unter 4.2.2 vorgestellten Vereinfachungen berechnen lassen.

Abbildung 3: Standard Rückkopplungsarten von Operationsverstärkern



4.2.4 Komparatorschaltung 1.119

Wenn ein OP nicht rückgekoppelt wird, arbeitet er üblicherweise in Leerlaufverstärkung. Das bedeutet, das bereits eine Minimale Spannung am Eingang ausreicht, um den Ausgang auf sein Maximum zu bringen. Dies nutzt man aus, wenn einen nur das Vorzeichen einer Spannung interessiert. Wenn $U_E > 0 \Rightarrow U_A = +U_{V\text{ersorgung}}$ und $U_E < 0 \Rightarrow U_A = -U_{V\text{ersorgung}}$. Dies wird z.B. ausgenutzt, um einen analogen Spannungsverlauf zu Digitalisieren.

4.2.5 Kopplungsarten I.120

Mitkopplung Signal wird vom Ausgang so zurück gekoppelt, dass es das Eingangssignal verstärkt. Anwendung bei Schmitttrigger (Komparator mit Hysteresekurve).

Gegenkopplung Signal wird vom Ausgang so zurück gekoppelt, dass es das Eingangssignal abschwächt. Anwendung bei gesteuerten Quellen (Verstärkern).

5 Elektrostatisches Feld I.153

Beim elektrostatischen Feld ändert sich die Position der Ladung über die Zeit nicht. Es kommen also nur Isolatoren als Dielektrikum in Frage.

5.1 Grundlagen I.153

Alle vektoriellen Gleichungen lassen sich skalar lösen, wenn man sie längs einer Feldlinie betrachtet!

E-Feld $\vec{E} = -\text{grad}\phi = -\left(\vec{e}_x \frac{\partial\phi}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial\phi}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial\phi}{\partial z}\right)$

- Gradient bedeutet, dass das Vektorfeld als Komponenten die Ableitungen nach den entsprechenden Koordinaten hat.
- Resultierendes Feld (vektorielle Überlagerung der Einzelfelder)
 $\vec{E} = \sum_{k=1}^n \vec{E}_k$
- entlang Feldlinie
 $E = -\frac{d\phi}{ds}$
- $\oint_L \vec{E} d\vec{s} = 0$
 – Wirbelfreiheit / Kirchhoff

Kräfte im E-Feld $\vec{F} = q\vec{E}$

- Kraft die auf die Probeladung q im E-Feld wirkt
- Lassen sich (vektoriell) überlagern
 $\vec{F} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k$

Verschiebungsdichte $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$

- Elektrisches Feld unabhängig vom Dielektrikum

Dielektrizitätskonstante $\varepsilon = \varepsilon_m \varepsilon_0$

- materialabhängige Konstante
- $\varepsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$ Dielektrizitätskonstante (im Vakuum / ähnlich Luft)

Feldlinien $+ \rightarrow -$

- Richtung: von positiven Ladungen zu negativen (theoretische Bewegungsrichtung von Positiven Ladungsträgern / technische Stromrichtung)
- Abstand: je dichter, je stärker das Feld
- Richtung: Kraftrichtung auf eine Positive Ladung
- Parallel: Homogenes Feld
- E-Feld ist Wirbelfrei / Quellenfeld
 $\oint \vec{E} d\vec{s} = 0$ (Potential auf Umlauf 0, 1. Kirchhoff)
- Treten Senkrecht aus Leiteroberflächen aus

Potentialfunktion $\phi(A) = -\int_0^A \vec{E} d\vec{s} = -U_{0A}$

- Bei der Potentialfunktion muss ein passender Bezugspunkt gewählt werden, hier 0. Allgemein irgend-ein markanter Punkt in der Aufgabenstellung. Kürzt sich bei der Differenz zweier Potentiale ohnehin heraus.
- $\oint_L \vec{E} d\vec{s} = 0$
Potentialfunktion ist Wegunabhängig - Konservatives Feld
(1. Kirchhoff)
- $U_{AB} = \int_A^B \vec{E} d\vec{s} = - \int_A^B d\phi = \phi(A) - \phi(B)$
- Gesamtpotential ist Überlagerung der Einzelpotentiale
 $\phi = \sum_{k=1}^n \phi_k$
- Aufteilung der Spannungen
 $U = U_0 \frac{y}{d}$
 - d Länger der Feldlinie
 - U_0 Spannung über der gesamten Feldlinie
 - y Entfernung auf Feldlinie vom Ausgangspunkt

Äqui-Potential-Fläche $U = \text{konstant}$; $E_p = \text{konstant}$

- ähnlich wie Höhenlinien bei Bergen
- Äqui-Potential-Fläche \perp \vec{E} -Feld (Feldlinien)
- Feldlinien Treten senkrecht aus *jeder* Leiteroberfläche aus, da Leiteroberflächen Äqui-Potential-Flächen bilden

Elektrischer Fluss $\psi_e = \int_A \vec{D} d\vec{A}$

- \vec{A} Vektor der Senkrecht auf der Hüllfläche steht
- bei geschlossener Hüllfläche: $\psi_e = Q$

Gauß'scher Satz der Elektrostatik $Q = \oint_A \vec{D} d\vec{A}$

- Auch $Q = AD$ wenn A zu allen Feldlinien Rechtwinklig
- Ladungsmenge die in der umschlossenen Hüllfläche liegt
- Wenn eine Hüllfläche bekannt ist, die senkrecht von den Feldlinien durchdrungen wird, lässt sich so die Verschiebungsdichte, bzw. die Ladung bestimmen
- Q ist Mathematisch eine Quelle des \vec{D} -Feldes

Kapazität $Q = C \cdot U$

- Reihenschaltung
 - $\frac{1}{C_g} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$
 - (in etwa) Plattenabstand addiert sich
- Parallelschaltung
 - $C_g = \sum_{k=1}^n C_k$
 - (in etwa) Plattenfläche addiert sich
- $C = \frac{Q}{\phi_+ - \phi_-}$ $C' = \frac{\lambda}{\phi_+ - \phi_-}$
 - ϕ_+ Potential an positiver Elektrode (mit Q als Ladung)
 - ϕ_- Potential an negativer Elektrode (mit $-Q$ als Ladung)
- C' Kapazität pro Länge (z.B. bei Leitungskapazitäten)

5.2 Spezielle Felder

5.2.1 Sternförmige / Homogene Felder

Coulombfeld $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{|r|^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|r|}$

- für Kugelförmige bzw. Punkt-förmige Ladungen

Kugel $E = \frac{U_0 R}{|r|^2}$

- Bequemere Schreibweise über Spannung U_0 gegenüber Potential im Unendlichen
- R Durchmesser der Kugel
- Kapazität
 $C = 4\pi\epsilon R$ mit R_2 im unendlichen
 $C = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2}}$ mit R_2 als umhüllende Kugel im endlichen

Umhüllte Kugel $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

- Gilt nur zwischen der Kugel und der Umhüllung
- r_1 Radius Innenkugel
- r_2 Radius Umhüllung

Platten Kondensator $E = \frac{U_0}{d} = \frac{Q}{\epsilon A}$

- A Fläche der Kondensator-platten (Parallel!/plan)
- d Abstand der Platten
- $C = \frac{A\epsilon}{d} = \frac{Q}{U_0}$ Kapazität
- Aufteilung Spannungen $U = U_0 \frac{y}{d}$ (y Höhe über einer Platte)

5.2.2 Dipol 1.166

Charakteristika

- Ladungen vom Betrag gleich
- Unterschiedliche Vorzeichen

Dipolmoment $P = aQ$

- a Abstand der beiden Ladungsmittelpunkte

Nahfeld

- $r \approx a \rightarrow$ Nahfeld
- Zwischen Ladungen in etwa homogen
- Um die Ladungen etwa Sternförmig

Fernfeld $E_r = \frac{P}{2\pi\epsilon} \cos \alpha \frac{1}{r^3}$ $E_\perp = \frac{P}{4\pi\epsilon} \sin \alpha \frac{1}{r^3}$

- $r \gg a \rightarrow$ Fernfeld
- P Dipolmoment
- α Winkel relativ zur Dipolachse (Gerade durch beide Ladungen / mit Berühren)
- r Radius relativ zum Dipolmittelpunkt
- E_r Fernfeld Radialanteil
- E_\perp Fernfeld Anteil senkrecht zum Radius (von - nach +)

5.2.3 Linienladungen 1.167

Ladungsdichte $\lambda = \frac{dQ}{ds}$

Potentialfunktion $\phi(r, z) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} [\text{Arsh}\left(\frac{s-z}{r}\right)]_{l_1}^{l_2}$

- Die Linienladung liegt im 3-Dim Zylinderkoordinatensystem auf der z-Achse im Bereich von l_1 bis l_2 .
- für s wird die untere und obere Grenze eingesetzt (l_1, l_2)
- r ist sozusagen der senkrechte Abstand von der Linienladung, lässt sich also auch auf 3-Dim übertragen (r = Radius in x, y Ebene)
- z ist die Höhenkoordinate des Punktes (Zylinderkoordinatensystem!!)

Potentialfunktion ∞ -lange Ladung $\phi(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{\text{const}}{r}\right)$

- const im \ln , da sich so die Einheit von r herauskürzt.

E-Feld ∞ -lange Ladung $E(r) = \frac{\lambda}{2\pi r\epsilon}$

- Radial (und senkrecht) von der Linienladung nach außen (nach innen) gerichtet
- gilt für eine unendlich lange Linienladung
- gilt auch für eine Zylindrische-Linienladung, allerdings nur Außerhalb

Koaxialkabel $C' = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}$

- C' Kapazität pro Länge
- r_i Radius Innenleiter
- r_a Radius Umhüllung

Doppelleitung $C' = \frac{\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)}$

- gilt nur wenn $r \ll d$
- r Radius der Leiter
- d Abstand der Leitermittelpunkte

5.3 Im Kondensator gespeicherte Energie 1.184

Gesamtenergie $W_e = \int_0^\infty u(t) i(t) dt = \int_V \vec{D} \vec{E} dV = V \int_0^{D_e} \vec{E} d\vec{D}$

- $W_e = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU = \frac{Q^2}{2C}$
- $u(t), i(t)$ Ladespannung und Strom am Kondensator (Gesamtenergie = Unendliche Ladedauer)
- C Kapazität (muss konstant sein)
- U Spannung am Kondensator
- Q Ladung auf den Kondensatorplatten
- V Volumen (zwischen Platten)
- D_e Endwert der Verschiebungsdichte

Energiedichte $w_e = \int_0^{D_e} E dD = \frac{1}{2}\epsilon E^2 = \frac{1}{2}DE = \frac{D^2}{2\epsilon}$

- w_e ist Energie pro Volumen im E-Feld
- D_e Endwert der Verschiebungsdichte

Energieverlust beim Parallelschalten $W_v = \frac{(Q_1C_2 - Q_2C_1)^2}{2C_1C_2(C_1 + C_2)}$

- Wenn Kondensatoren parallel geschaltet werden, tritt beim Umladevorgang ein Energieverlust auf. Dieser wird in Wärme umgewandelt und abgestrahlt.
- $W_G = W_1 + W_2 - W_v$

5.4 Energie im Elektrischen Feld (Mechanisch) 1.186

Arbeit im E-Feld $W_{mech} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = qU_{AB}$

- Da es sich um eine konservative Kraft handelt ist es egal welcher Weg gewählt wird, nur der Start- und Endpunkt sind entscheidend $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$
- lässt sich in normales Produkt überführen, wenn man den Weg längs einer Feldlinie wählt

Potentielle Energie $E_P = qU$

- q Probeladung
- U Spannung / Potential am Ort

Potentielle Energie Kugel-Kondensator $E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Qq}{r} = U_o \frac{R}{r} q$

- r Abstand Zentrum Kugel-Kondensator zu Zentrum Probeladung
- R Durchmesser Kugel-Kondensator
- U_0 Spannung an Kugel-Kondensator

Kräfte an Plattenkondensator Platten $F_x = \frac{U^2 \epsilon A}{2d^2} = \frac{E^2 \epsilon A}{2} = \frac{D^2 A}{2\epsilon}$

- Wenn U konstant
- $F_x = \frac{Q^2}{2\epsilon A}$ wenn Q konstant
- Auf jeweils andere Platte gerichtet
- allgemein siehe 5.6.5 auf der nächsten Seite

5.5 Influenz 1.169

Im Innern eines geschlossenen Leiters herrscht kein elektrisches Feld, da die Ladungsträger dies durch Positionsänderung sofort ausgleichen würden. Dies gilt auch, wenn die Ladungsträger bereits verschoben wurden, wenn man z.B. zwei Metallplatten verbunden in ein Feld bringt, und dort trennt, herrscht zwischen den Platten kein Feld.

5.6 Berechnungsmethoden

5.6.1 Symmetrie

Mit Hilfe der Symmetrie lassen sich einige Feldverläufe logisch erschließen. Wenn man die Anordnung drehen würde, dies für den Betrachter aber nicht durch eine andere Position der Ladungen sichtbar werden würde, kann sich auch das Feld nicht ändern. Hiermit lässt sich das sternförmige Feld einer einzelnen Ladung begründen. Dies Prinzip kann auch mit Spiegelsymmetrie genutzt werden. Bei unendlich langen Linienladungen lässt sich begründen, dass das Feld rechtwinklig vom Leiter nach außen verlaufen muss, da alles andere sich nicht (siehe Symmetrie) begründen ließe.

5.6.2 Überlagerung

Wie schon häufig erwähnt lassen sich Kräfte, E-Felder und die Potentialfunktion überlagern. Es ist allerdings meistens am einfachsten die Potentialfunktion zu überlagern, da diese eine skalare Funktion ist. Gegebenenfalls muss die Potentialfunktion durch Integration aus dem E-Feld gewonnen werden. Falls als Antwort das E-Feld verlangt ist, erhält man dies aus dem (-grad(ϕ)) des Potentialfeldes (Komponenten des E-Feldes sind partielle Ableitungen von ϕ nach x, y, z).

5.6.3 Gauß'scher Satz der Elektrostatik 1.163

Mit Hilfe des Gaus'schen Satzes der Elektrostatik lässt sich bei bekannten Feldverläufen die Verschiebungsdichte leicht aus der Ladung und einer geometrischen Figur ableiten (siehe 5.1 auf Seite 18). Ein relativ allgemeiner Lösungsweg könnte so aussehen:

1. $D = \frac{Q}{A}$ Formel aufstellen
 - A ist eine Fläche, die überall senkrecht von \vec{D} durchdrungen wird.
2. $U = \frac{1}{\epsilon} \int_{s_1}^{s_2} D \, ds$ Formel aufstellen und Integral lösen
 - s ist eine Strecke, die auf einer Feldlinie verläuft
 - s_1, s_2 sind Anfangs- und Endpunkte von einer Feldlinie auf den Kondensatorplatten
3. $C = \frac{Q}{U}$ (Q wird sich herauskürzen)
4. $Q = C \cdot U$
5. $E = \frac{D}{\epsilon}$ (Q durch Formel aus 4. ersetzen)

5.6.4 Prinzip der Materialisierung 1.178

Das Prinzip der Materialisierung baut aus bekannten Funktionen eine Berechnungsformel für kompliziertere Kondensatoren auf. Bei ihm wird folgendermaßen vorgegangen:

1. Potentialfunktion für das Gesamtfeld aufstellen
2. Potential an der Oberfläche von der positiven Ladung errechnen (ϕ_+)
3. Potential an der Oberfläche von der negativen Ladung errechnen (ϕ_-)
4. In Formel $C = \frac{Q}{\phi_+ - \phi_-}$ $C' = \frac{\lambda}{\phi_+ - \phi_-}$ einsetzen
(siehe 5.1 auf Seite 18)

5.6.5 Prinzip der virtuellen Verschiebung 1.186

Beim *Prinzip der virtuellen Verschiebung* wird eine Platte am Kondensator um dx relativ zur anderen bewegt (dichter / entfernter), und mit Hilfe der Energieerhaltung ergibt sich:

- $F_x = -\frac{dW_e^{(Q)}}{dx}$ bei konstanter Ladung während des verschiebes
- $F_x = \frac{dW_e^{(U)}}{dx}$ bei konstanter Spannung während des verschiebens

Mit Hilfe dieser Gleichungen lassen sich die Kräfte auf die Kondensatorplatten bestimmen. Die Form des Kondensators spielt hierbei keine Rolle. Eine positive Kraft zählt übrigens immer in Richtung der Mitte des Kondensators. Die Formel muss übrigens nach x und *nicht* nach d abgeleitet werden. Dafür wird z. B. beim Plattenkondensator d durch $(d - x)$ ersetzt.

5.7 Verschiedene Dielektrika 1.190

5.7.1 Allgemein 1.190

An der Grenzschicht zwischen zwei Dielektrika werden Feldlinien wie Licht von einer Linse umgelenkt.

Gegeben sei ein Übergang zwischen ϵ_1 und ϵ_2 . Das \vec{D} und \vec{E} Feld besitzen eine tangential-Komponente (parallel zur Grenzschicht) mit dem Index t und eine normal-Komponente (senkrecht auf Grenzschicht) mit dem Index n . Die Felder im Dielektrikum $\epsilon_{1/2}$ besitzen den Index $1/2$. Folgendes gilt:

- $D_{1n} = D_{2n}$

- $\frac{D_{1t}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{2t}}{\varepsilon_2} \Leftrightarrow \frac{D_{1t}}{D_{2t}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$
 - $E_{1n}\varepsilon_1 = E_{2n}\varepsilon_2 \Leftrightarrow \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$
 - $E_{1t} = E_{2t}$
 - $\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$
- $\tan(\alpha) = \frac{E}{D}$

Diese Formeln nennen sich Brechungsgesetz.

5.7.2 Senkrechte Durchdringung der Grenzschicht 1.190

- $D_1 = D_2$
- $\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2$

6 Stationäre elektrische Strömungsfelder 1.201

Ein stationäres Strömungsfeld ist ein *Leiter*, der von einem zeitlich unveränderlichen Strom durchflossen wird. Einschaltmomente werden hier vernachlässigt. Die Formeln aus dem elektrostatischen Feld gelten auch im elektrischen Strömungsfeld.

6.1 Grundlagen 1.202

E-Feld siehe elektrostatisches E-Feld (gelten hier genauso)

Potentialfunktion siehe elektrostatisches E-Feld (gelten hier genauso)

Stromdichte $J = \frac{dI}{dA}$

- wenn $I \perp A$
- $I = \int_A \vec{J} d\vec{A}$

1. **Kirchhoff** $\oint_A \vec{J} d\vec{A} = 0$

- \Rightarrow Quellenfreiheit des \vec{J} Feldes

Ohmsches Gesetz $E = \rho J$ $E = \frac{J}{\gamma}$

- ρ (roh) spezifischer Materialwiderstand $[\rho] = \Omega m$
- γ (gamma) spezifischer Materialleitwert $[\gamma] = \frac{S}{m}$

2. **Kirchhoff** $\oint_L \vec{E} d\vec{s} = 0$

- \Rightarrow Wirbelfreiheit des \vec{E} Feldes
- $U_{A,B} = \int_A^B \vec{E} d\vec{s}$
– entlang Stromlinie auch ohne Skalarprodukt

Leistungsdichte $p = \frac{dP}{dV} = \frac{J^2}{\gamma} = EJ = \gamma E^2$

- Gesamtleistung
 $P = \int_V p dV = \int_V \frac{J^2}{\gamma} dV = \int_V EJ dV = \int_V \gamma E^2 dV$

Widerstand $R = \frac{U}{I} = \frac{\int_L \vec{E} d\vec{s}}{\int_A \vec{J} d\vec{A}}$

- Genauere Berechnungsmethoden folgen weiter unten

Stromfäden $+ \rightarrow -$

- “Weg” eines positiven Ladungsträgers im Leiter (technische Stromrichtung)
- Vergleichbar Feldlinien
- stehen senkrecht auf Äquipotentialflächen

Äquipotentialflächen $U = \text{konstant}$

- Fläche im Material, auf der Überall die gleiche Spannung herrscht
- Jede Oberfläche eines Supra-Leiters ($R = 0$) ist eine Äquipotentialfläche
- stehen senkrecht auf Stromfäden

6.2 Widerstandsberechnung 1.204

Allgemein:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\int \vec{E} d\vec{s}}{\int_A \vec{J} d\vec{A}}$$

Zum Berechnen von Widerständen gibt es zwei Ansätze. Beide gehen allerdings davon aus, dass der Strom im Leiter gleichmäßig verteilt ist, und dass der Strom gleichmäßig in die Stirnflächen einströmt.

Reihenschaltung $R = \int_l dR = \int_l \frac{dl}{\gamma A}$

1. Material in dünne Schichten zerschneiden
2. für diese Schichten den dR ausrechnen
3. Aufintegrieren über einem Stromfaden ($= R$)

Parallelschaltung $G = \int_A dG = \int_A \frac{\gamma dA}{l}$

1. Material in dünne Streifen zerschneiden
2. für diese Streifen den dG ausrechnen
3. Aufintegrieren über der Fläche (senkrecht zu den Stromfäden) ($= G$)

6.2.1 Spezielle Widerstände**Koaxialkabel** $R = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi l \gamma}$

- R Widerstand zwischen Hüllleiter und Innenleiter
- r_1 Radius Innenleiter
- r_2 Innenradius Mantelleiter
- l Leiterlänge
- Gilt, als Näherung, wenn der Leitwert des Dielektrikums viel kleiner als Leitwert des Leitermaterials

Leiterbogen $R = \frac{\pi}{\mu_B \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}$

- rechteckiger Querschnitt
- r_a, r_i innen und Außenradius des Metallbogens
- B Breite des Bogens (senkrecht zum Radius)
- gilt nur als Näherung!!! ($r_i \gg (r_a - r_i)$)

6.2.2 Erdungsproblem 1.206

Beim den folgenden Formeln zum Erden von Strömen wird davon ausgegangen, dass sich der Strom radial vom Eintrittspunkt in die Erde in alle Richtungen gleichmäßig ausbreitet. Dies ist allerdings nur gegeben, wenn der Erdung über einen Halbkugelförmigen Erder geschieht. Außerdem muss der Widerstand des Erders bedeutend kleiner sein, als der Widerstand des Erdbodens.

Berührungsspannung $U_B = \frac{I}{e\pi\mu} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right)$

- U_B gibt Spannung an, die zwischen den Füßen und den Händen eines Menschen anliegen würde, wenn er einen Erder berührt.
- I Strom der über den Erder in den Boden fließt
- μ Leitwert des Erdbodens
- r_0 Radius der Erdungshalbkugel
- r_1 Radius auf dem der Erdboden berührt wird

Schrittspannung $U_B = \frac{I}{e\pi\mu} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

- U_B gibt Spannung an, die zwischen den Füßen eines Menschen anliegen würde, wenn er sich in der Nähe eines Erders befindet.
- I Strom der über den Erder in den Boden fließt
- μ Leitwert des Erdbodens
- r_1, r_2 Radien die man auf dem Erdboden berührt

6.3 Bedingungen an Grenzflächen 1.209

Die folgenden Formeln sind beinahe Identisch mit 5.7 auf Seite 22.

Die Stromdichte \vec{J}_n die Senkrecht auf die Grenzfläche trifft, tritt mit dem gleichen Betrag und Richtung an der anderen Seite wieder aus. Für die tangentielle Stromdichte gilt $\frac{\vec{J}_{1T}}{\mu_1} = \frac{\vec{J}_{2T}}{\mu_2}$. Es gilt:

- $\vec{J}_{1N} = \vec{J}_{2N}$
- $\frac{\vec{J}_{1T}}{\mu_1} = \frac{\vec{J}_{2T}}{\mu_2}$
- $\vec{E}_{1T} = \vec{E}_{2T}$
- $\frac{\vec{E}_{1N}}{\mu_2} = \frac{\vec{E}_{2N}}{\mu_1}$
- $\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$
- Rechtwinklig zur Grenzfläche fließender Strom wird nicht abgelenkt!

7 Stationäre Magnetfelder 1.211

7.1 Grundlagen

Flussdichte / Induktion $\vec{B} = \mu \vec{H}$

- Einheit $[B] = \frac{N}{Am} = \frac{Vs}{m^2} = \frac{kg}{As^2} = T = Tesla$
- B -Feld wird "irgendwie" erzeugt, Formeln je nach Aufbau.
- Alte Einheit 1Gauss = 1G = $10^{-4}T$

Feldstärke $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$

- Einheit $[\vec{H}] = \frac{A}{m}$

- auch mag. Erregung genannt
- unabhängig vom Material in dem das Feld herrscht
- Ursache für \vec{B} -Feld

Kraft $\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B} = I \int d\vec{s} \times \vec{B} = Q \vec{v} \times \vec{B}$

- \vec{l} Länge und Lage des Leiters im B -Feld
- Betrag $F = I l B \sin \alpha$
- Richtung $\vec{F} \perp \vec{B}$, $\vec{F} \perp \vec{l}$ (Rechte Hand Regel)
- \vec{v} Geschwindigkeit der Ladung Q im \vec{B} -Feld
- parallele, gleiche Richtung von $I \rightarrow$ Anziehung
- parallele, entgegengesetzte Richtung von $I \rightarrow$ Abstoßung

Permiabilitätskonstante $\mu = \mu_0 \mu_r$

- $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$ Permiabilität im Vakuum / Luft
 - genau dieser Wert, da Ampere hierüber definiert ist.
- μ_r Materialeigenschaft (im Vakuum / Luft = 1)
 - bei ferromagnetischen Materialien ist dies eine Kurve, die eventuell sogar eine Drehung zwischen \vec{H} und \vec{B} verursacht

Feldlinien Nord \rightarrow Süd

- Umkreisen den Strom der sie erzeugt im Rechten Winkel

7.1.1 Durchflutungsgesetz 1.219

$$\sum_k I = \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

- Wenn man ein Linienintegral um einen oder mehrere Leiter auswertet, so erhält man
 - die Summe der eingeschlossenen Ströme (wenn alle \vec{I} parallel zueinander)
 - die Durchflutung Theta Θ .
 - das Integral über die Stromdichte der eingeschlossenen Stromfäden

7.1.2 Biot-Savart'sches Gesetz 1.223

$$\vec{B}(P) = \frac{\mu I}{4\pi} \oint_L \frac{d\vec{s} \times \vec{r}_0}{\|\vec{r}\|^2} = \frac{\mu I}{4\pi} \oint_L \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}$$

- Das B -Feld in einem bestimmten Punkt P erhält man durch Integration entlang des Stromweges L
- gilt nur für μ im *ganzen* Raum konstant
- \vec{r} zeigt vom akt. Punkt auf Stromweg in Richtung des Punktes P

7.1.3 magnetischer Fluss 1.225

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

- Einheit Phi $[\Phi] = Vs = \text{Weber} = Wb$
- $\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$
magnetisches Feld ist Quellenfrei

7.2 Energie im Magnetfeld 1.242

Energiedichte $w = \frac{\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu} = \int_0^{B_{\text{ende}}} H dB$

- gilt nur für ein konstantes μ

Energie $W_m = \int_V w dV = wV$

- erste Formel für inhomogenes Material, zweites für Homogenes

7.3 Kräfte im Magnetfeld 1.252

Kraft $F_x = \frac{dW_m^{(I)}}{dx}$

- Wenn Strom konstant

Elektromagnet $\frac{F_x}{A} = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\Phi^2}{2\mu_0 A^2}$

7.4 Magnetische Ersatzschaltung 1.228

magnetischer Widerstand $R_m = \frac{l}{\mu A} = \frac{1}{\Lambda} = \frac{Hl}{\Phi} = \frac{Hl}{BA} = \frac{V}{\Phi}$

- letzten beiden Formeln für nicht konstantes μ
- Annäherung durch Werte von mittlerer Feldlinie im Material (mittig durch den Querschnitt)
- l Länge des Materials
- A Querschnittsfläche ($A \perp \vec{B}$)
- μ Materialkonstante
- $[R_m] = \frac{A}{Vs}$

magnetischer Leitwert $\Lambda = \frac{\mu A}{l} = \frac{1}{R_m} = \frac{\Phi}{V} \dots$

- Λ (Lambda), $[\Lambda] = \frac{Vs}{A}$

magnetische Spannung $V = R_m \Phi = \frac{\Phi}{\Lambda} = Hl = \int \vec{H} d\vec{s}$

- $[V] = A$
- Durchflutung Θ ist Äquivalent zur Spannungsquelle im Netz mit $V_q = \Theta$
- entspricht Spannung in normalen Netz

magnetischer Fluss $\Phi = \Lambda V = \frac{V}{R_m} = BA = \int \vec{B} d\vec{A}$

- $[\Phi] = Vs$
- entspricht Strom in normalen Netz
- Flussdichte $B = \frac{\Phi}{A}$ ist in einem Zweig konstant, wenn A konstant

7.4.1 Rechenregeln

Allgemein gelten die gleichen Formeln wie bei normalen elektrischen Netzwerken, bis hin zu den komplexen Analyseformen wie z.B. der Knotenanalyse.

Maschenregel $\sum V = 0$

- Die Summe aller Spannungen in einem geschlossenen Umlauf ist 0
- Wie bei Kirchhoff (Θ ist auch eine Spannung)

Knotenregel $\sum \Phi = 0$

- Die Summe aller Flüsse in einem Knoten ist 0
- Wie bei Kirchhoff

7.5 Spezielle Anordnungen 1.216

Linienleiter $H = \frac{I}{2\pi r}$

- Idealisierung für unendlich Langen, und unendlich dünnen Linienleiter
- r rechtwinkliger Abstand vom Linienleiter
- I Strom durch den Linienleiter
- Feldlinien umkreisen den Linienleiter nach der *Rechte-Hand-Regel* (Daumen in Stromrichtung, geschlossene Finger geben Feldlinien vor)

endlicher Linienleiter $\vec{B}(P) = \vec{e}_3 \frac{\mu I}{4\pi a} (\cos \vartheta_1 + \cos \vartheta_2)$

- μ muss im Gesamten Raum konstant sein
- I Strom im endlichen Leiter
- a Abstand zwischen Linienleiter und Punkt P (muss als Höhe auf dem Linienleiter stehen!)
- ϑ Winkel an Endpunkten des Leiters zwischen dem Leiter und dem Punkt P

Ringspule $H = \frac{NI}{2\pi r}$

- Geschlossener, ringförmiger Metallkern von N Windungen umschlungen
- r Abstand vom Ringmittelpunkt

Drehspulinstrument $M = n \cdot A \cdot I \cdot B$

- M ist das auf den Anker wirkende Drehmoment
- A ist die Fläche der Ankerspule die sich im Magnetfeld befindet
- \vec{B} das am Anker anliegende Magnetfeld
- I durch den Anker fließender Strom
- $\alpha = \frac{nAB}{C} I$ Drehwinkel des Anzeigers, wenn C die Spiralfederkonstante ist

Hallsensor $U_H = \frac{I}{ned} B$

- n Anzahl der freien Ladungsträger pro Volumen (mit Ladung $Q = -e$)
 - Material mit wenigen freien Ladungsträgern führt zu einer hohen Spannung (z.B. Halbleiter).
- d Dicke des Sensors
- I Strom der durch den Sensor fließt (möglichst konstant halten)
- e Elementarladung
- B zu detektierendes Magnetfeld
- U_H über dem Sensor (quer zur Stromrichtung) anliegende (Hall) Spannung ($U_H \sim B$)

7.6 Bedingungen an Grenzflächen 1.227

Die folgenden Formeln sind beinahe identisch mit 5.7 auf Seite 22.

Die Flussdichte \vec{B}_n die Senkrecht auf die Grenzfläche trifft, tritt mit dem gleichen Betrag und Richtung an der anderen Seite wieder aus. Für die tangentielle Flussdichte gilt $\frac{\vec{B}_{1T}}{\mu_1} = \frac{\vec{B}_{2T}}{\mu_2}$. Es gilt:

- $\vec{B}_{1N} = \vec{B}_{2N}$
- $\frac{\vec{B}_{1T}}{\mu_1} = \frac{\vec{B}_{2T}}{\mu_2}$
- $\vec{H}_{1T} = \vec{H}_{2T}$
- $\frac{\vec{B}_{1N}}{\mu_2} = \frac{\vec{B}_{2N}}{\mu_1}$
- $\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$
- Rechtwinklig auf die Grenzfläche treffende Flussdichte wird nicht abgelenkt!

7.7 Arbeitsgeraden auf Kennlinien 1.232

Es kann vorkommen, das man Gleichungen in magnetischen Netzwerken erhält, die ein unbekanntes B und ein unbekanntes H enthalten. Hier ist es Notwendig, beide Größen über die Materialkennlinie herauszufinden. Man geht dabei wie folgt vor:

1. Gleichung nach B auflösen
2. $H = 0$ setzen, B_{max} berechnen
3. Gleichung nach H auflösen
4. $B = 0$ setzen, H_{max} berechnen
5. B_{max} und H_{max} auf den Koordinaten Achsen in der Kennlinie eintragen und verbinden
6. Schnittpunkt der Gerade mit der Materialkennlinie bildet Arbeitspunkt
7. B und H am Arbeitspunkt ablesen

7.8 Kenngrößen von Materialien 1.218

diamagnetisch $\mu_r < 1$

- Schwächt das \vec{H} -Feld ab
- nur gering kleiner als 1.
 - Z.B. Kupfer $\mu_r = 1 - 160 \cdot 10^{-6}$
 - Z.B. Wismut $\mu_r = 1 - 10 \cdot 10^{-6}$

paramagnetisch $\mu_r > 1$

- Stärkt das \vec{H} -Feld ab
- nur gering größer als 1.
 - Z.B. Platin $\mu_r = 1 + 300 \cdot 10^{-6}$
 - Z.B. Aluminium $\mu_r = 1 + 22 \cdot 10^{-6}$

ferromagnetisch $\mu_r \gg 1$

- z.B. Eisen, Kobalt, Nickel, div. Legierungen

Magnetische Domänen (auch Weisschen Bezirke) Dieses sind Bereiche innerhalb von Permanentmagneten, die durch atomare Felder im Bereich von 500 Tesla gleich ausgerichtet sind. Durch Einwirkung von Außen lassen sich mehrere dieser Bereiche in ihrer Ausrichtung drehen, bzw. sich die Wände zwischen ihnen bewegen. So erhält das Material eine nach außen wirksames Magnetfeld.

Hysteresekurve $H \Rightarrow B$

Dies ist ein Diagramm, in dem die Flussdichte B über H aufgetragen ist. In diesem Diagramm sind 2 bzw. 3 Linien übereinander vorhanden, da es bei den Materialien einen Unterschied macht, wie ihre Flussdichte vorher war, wenn ein neuer H Wert auf sie wirkt. Aufgenommen werden sie so: H bei 0 starten und bis zum +Maximum erhöhen, bei einem noch nicht magnetisierten Material. Dies ist die Neukurve. Nun H bis -Maximum absenken, und wieder bis +Maximum erhöhen. Dies beiden Kurven sind nicht deckungsgleich, und ergeben eine Hysterese. Wird bei kleiner Hysterese durch eine einzelne Kurve angenähert.

Sättigung B_S

Bei der Sättigung erhöht sich der Wert von B nicht weiter, da alle magnetischen Domänen bereits gleichgerichtet sind.

Remanenz B_R

Die Remanenz ist der B Wert, der sich bei einem H von 0 einstellt (nicht Neukurve).

Koerzitiv Feldstärke H_C

ist die Feldstärke H die benötigt wird, um die Flussdichte B den Wert 0 annehmen zu lassen (nicht Neukurve).

Ummagnetisierungs Verluste entstehen durch die Hysterese. Sie entsprechen der Fläche zwischen den beiden Kurven.

Weichmagnetisch nennen sich die Stoffe die eine schwach ausgeprägte Hysterese besitzen (H_C und B_R klein). Die Hysteresekurve lässt sich durch eine einzelne Kurve annähern.

- Materialien: PermalloyFeNi, amorphe Legierungen
- Anwendungen: Transformatorblech (geringe Verluste)

Hartmagnetisch nennen sich die Stoffe die eine stark ausgeprägte Hysterese besitzen (H_C und B_R gross, $B_R \approx B_S$).

- Materialien: PermalloyFeNi, amorphe Legierungen
- Anwendungen: Transformatorblech (geringe Verluste)

Ummagnetisierungsverluste (1.243) sind die Verluste, die bei dem Anlegen einer Wechselspannung an eine Spule durch die Hysterese des Spulenkerns entstehen. Allgemein entspricht der Energieverlust der Fläche zwischen der Hin- und Rückkurve. Weichmagnetische Materialien haben also weniger Verluste als helektrischenartmagnetische Materialien.

8 Analogien in zeitlich unveränderlichen elektrischen-/ magnetischen-Feldern 1.228

Siehe Tabelle 4.

Tabelle 4: Analogien in statischen Feldern

Elektrostatik	stationäre elektrische Strömungsfelder	stationäre Magnetfelder
$\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$ $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$	$\oint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = 0$ $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ $\vec{J} = \gamma \vec{E}$	$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$ $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta$ $\vec{B} = \mu \vec{H}$
$\Psi_e = \int_A \vec{D} \cdot d\vec{A}$ $U = \int_L \vec{E} \cdot d\vec{s}$	$I = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A}$ $U = \int_L \vec{E} \cdot d\vec{s}$	$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$ $V = \int_L \vec{H} \cdot d\vec{s}$
$\sum \Psi_e = Q$ $\sum U = 0$ $Q = CU$ $\Psi_e = CU$	$\sum I = 0$ $\sum U = 0$ $I = GU$	$\sum \Phi = 0$ $\sum V = \Theta$ $\Psi = N\Phi = LI$ $\Phi = \Lambda V$

9 Zeitlich veränderliche magnetische Felder 1.236

9.1 Grundlagen 1.236

Induzierte Spannung $U = \frac{dx}{dt} Bl = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{A} = -B \frac{dA}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt} = -L \frac{di}{dt} = -\int \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{s}$

- l Länge des Leiters im B Feld
- A Fläche der Leiterschleife im Magnetfeld
- Ψ Magnetischer (Verketteter-) Fluss durch die Leiterschleife

Kraft $\vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B} = Q\vec{E}_m = \frac{dW_m}{dx}$

E-Feld $\vec{E}_m = \vec{v} \times \vec{B}$

- durch Ladungsbewegung im B-Feld
- $\vec{E}_m + \vec{E} = \vec{0}$

Lenz'sche Regel

Der induzierte Strom bzw. Fluss wirkt der erregenden Ursache immer entgegen.

Verketteter Fluss $\Psi = N\Phi = \sum \Phi = Li$

- z.B. bei Spule mit mehreren (N) Windungen: $U = -N \frac{d\Phi}{dt}$

E-Feld Quellen $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{s} \neq 0$

Induktivität $L = N^2 \Lambda = \frac{N\Phi}{i} = \frac{\Psi}{i} = N^2 \frac{\Phi}{I} = \frac{2W_m}{I^2}$

- $\Lambda = \frac{\mu A}{l}$ Magnetischer Leitwert des Materials
- N Windungszahl

Energie $W_m = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n L_{jk} I_j I_k = \int_0^\infty u(t) i(t) dt = \int_0^I Li(t) di$

- I aktuell fließender Strom
- zweite Formel für n gekoppelte Spulen in den jeweils der Strom I_k fließt, und die über die Induktivitäten L_{jk} gekoppelt sind (Achtung: $\frac{1}{2} L_{ii} I_i I_i = \frac{1}{2} LI^2$ / Selbstinduktion nicht vergessen).

9.2 gekoppelte Spulen 1.245

Gegeninduktivität $M = N_1 N_2 \Lambda$

Gilt für verlustfreie Kopplung.

Wenn zwei Spulen nahe aneinander gebracht werden, induzieren sie nicht nur in sich selbst eine Spannung, sondern auch in der jeweils anderen. Dieses wird im Schaltplan durch einen Bogen zwischen den Spulen angedeutet, der mit M (Abkürzung für Gegeninduktivität) beschriftet wird. Diese Gegeninduktivität verhält sich zwischen den beiden Spulen symmetrisch.

Ersatzschaltbild Dieser aus zwei Spulen bestehende Trafo lässt sich auch als Stern aus drei Spulen beschreiben, wenn auf die galvanische Trennung verzichtet werden kann. Im gemeinsamen Zweig liegt hier die Gegeninduktivität M und die individuellen Zweige sind mit $L_1 - M$ bzw. $L_2 - M$ bestückt.

9.2.1 Berechnungsmethoden 1.250

Strom vorgeben Bei dieser Methode gibt man sich den durch eine Spule vor ($1A$) und berechnet den Fluss durch die andere Spule. Hier bei bitte nur 1ne Windung annehmen. Die Gegeninduktivität M ist dann $M = N_1 N_2 \frac{\Phi_2}{I_1}$.

Energie $L = \frac{2W_m}{I^2}$

9.3 Spezielle Anordnungen

Doppelleitung $L' = \frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \left(\frac{d}{r_0} \right)$

- L' Induktivität pro Länge
- d Abstand der Leitungen
- r_0 Radius der Leitungen

parallele Linienleiter $M' = \frac{\mu}{2\pi} \left(\frac{r_{ad} r_{bc}}{r_{ac} r_{bd}} \right)$

Hierbei sind r_{xy} die Radien zwischen dem Leiter x und dem Leiter y . a und b gehören zur ersten, und c und d zur zweiten Spule. Gilt allerdings nur wenn μ überall im Raum konstant.

9.4 Maxwellschen Gleichungen (Integralform)

- E-Feld und M-Feld gehören bei Zeitlicher Veränderung zwangsläufig zusammen
- ist nicht an Vorhandensein eines Leiters gebunden

1. Maxwell'sche Gleichung $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_A \left(\vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt} \right) \cdot d\vec{A}$

- geht bei zeitlich Stationären Feldern über in $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{s} = I \quad \left(\frac{d\vec{D}}{dt} \ll \vec{J} \right)$

2. Maxwell'sche Gleichung $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$

10 Wechselstromlehre II.11

10.1 Grundlagen

10.1.1 sonstige Math. Grundbegriffe II.15

Sprungfunktion $\sigma(t) = \epsilon(t) = 1(t) = \begin{cases} 0 & \text{fr } t < 0 \\ 1 & \text{fr } t > 0 \end{cases}$

verschoben $f(t) = \sigma(t - t_0)$

Einschaltvorgang $f(t) = \sigma(t - t_0) \sin(\omega t)$

Rechteckimpuls $f(t) = \sigma(t) - \sigma(t - t_0)$

Sinusimpuls $f(t) = (\sigma(t) - \sigma(t - t_0)) \sin(\omega t)$

10.1.2 Grundbegriffe für Schwingungen

Frequenz $f = \frac{1}{T}$ Anzahl von Schwingungen pro Sekunde $[f] = \frac{1}{s} = \text{Hz}$ (Hertz)

Periodendauer $T = \frac{1}{f}$ Dauer einer kompletten Schwingung $[T] = s$

Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$

- auch *Winkelgeschwindigkeit* bezeichnet

Phasenverschiebungswinkel φ_0

- auch *Phasenlage* genannt

Phase $\varphi = \omega t + \varphi_0$

- Achtung: eine positive Phasenlage φ_0 verschiebt die Schwingung nach Links

Amplitude ist das Maximum was eine Schwingung in ihrem Durchlauf annimmt. Bei $f(t) = a \sin(\omega(t) + \varphi_0)$ ist a z.B. die Amplitude.

Harmonische Schwingung ist eine periodische Schwingung (wiederholt sich nach T wieder) dann, wenn sie sich durch einen Sinus oder einen Kosinus in der Form $f(t) = a \sin(\omega(t) + \varphi_0)$ beschreiben lässt.

Anharmonische Schwingung ist eine periodische Schwingung dann, wenn sie eben nicht harmonisch ist.

10.1.3 Komplexe Beschreibung von Schwingungsvorgängen II.18

Komplexe Spannung $\underline{U} = \Re(\underline{U}) + \Im(\underline{U}) = U_r + jU_i = U \cos \varphi + Uj \sin \varphi = U e^{j\varphi} = U \lfloor \varphi$

- Unterstrich kennzeichnet komplexe Größen
- Indizes r und i geben den Real und Imaginärteil einer Spannung an
- gilt analog für \underline{I}
- \lfloor Versor

Phasenlage $\varphi = \arctan\left(\frac{U_i}{U_r}\right)$

- gilt analog für \underline{I}

Amplitude $U = |\underline{U}| = \sqrt{U_r^2 + U_i^2}$

Wechselspannung $u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \varphi) = \Re(\underline{u}(t))$

komplexe Wechselspannungs $\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\omega t}$

komplexe Amplitude $\hat{\underline{u}} = \hat{u} e^{j\varphi}$

10.1.4 Rechenregeln für komplexe Schwingungsvorgänge II.20

Detailliertere Informationen entnehmen Sie bitte meiner Formelsammlung: "Formelsammlung Mathe I/II für Informatiker & E-Techniker".

Euler'sche Zahl $j = \sqrt{-1}$ $j^2 = -1$

- Mathematisch i , in E-Technik ist i ja bereits für Ströme reserviert

Euler'sche Formel $e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j \sin(\alpha)$

- $e^{jn\frac{\pi}{2}} = j^n$

Ableitung $\frac{d\underline{u}}{dt} = j\omega\underline{u}$

- Multiplizieren mit $j\omega$
- gilt auch für z.B. \underline{i}

Stammfunktion $\int \underline{i} dt = \frac{1}{j\omega}\underline{i}$

- Dividieren durch $j\omega$
- gilt auch für z.B. \underline{u}

10.2 Kenngrößen von Periodische Funktionen

10.2.1 Mittelwerte II.29

Arithmetischer Mittelwert $\bar{f} = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f(t) dt$

- $\bar{f}_{sin} = 0$

Einweg Gleichrichtwert $\dot{f}_{EG} = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f_{EG}(t) dt$

- $f_{EG}(t) = \begin{cases} f(t) & f(t) > 0 \\ 0 & sonst \end{cases}$
- $\bar{f}_{EGsin} = \frac{1}{\pi} \approx 0,318$
- z.B. bei Einweggleichrichtung

Gleichrichtwert $|\bar{f}| = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} |f(t)| dt$

- auch elektrolytischer Mittelwert genannt
- $|\bar{f}|_{sin} = \frac{2}{\pi} \approx 0,637$
- z.B. bei Brückengleichrichtung

Effektivwert $F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f^2(t) dt}$

- auch: Quadratischer Mittelwert
- $F_{sin} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

10.2.2 Scheitel- und Formfaktor II.35

Scheitelfaktor $f_s = \frac{\hat{f}}{F}$

- $f_{sinus} = \sqrt{2} \approx 1,44$

Formfaktor $f_F = \frac{F}{|\bar{f}|}$

- $f_{Fsin} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11$

10.3 Diagramme

10.3.1 Zeigerdiagramm

Hier wird in der Gaußschen Zahlenebene ($x = \Re f$ $y = \Im f$) das Verhalten von verschiedenen periodischen Vorgängen zueinander visualisiert. Hier werden alle komplexen Amplituden (für $t = 0$) eingetragen. So lässt sich leicht erkennen, ob eine Funktion einer anderen *Voreilt* (liegt gegen den Uhrzeigersinn vor einer Anderen), bzw. *Nacheilt*.

10.3.2 Operatorendiagramm / Ortskurve

Hier wird in der Gaußschen Zahlenebene ($x = \Re f$ $y = \Im f$) *entweder* eine Menge von Impedanzen *oder* Admittanzen visualisiert. Die Kurve, die ein komplexer Zeiger \underline{Z} beschreiben würde, wenn man eine oder mehrere seiner abhängigen Größen verändern würde wird als *Ortskurve* bezeichnet.

Konstruieren kann man diese Kurven durch gezielte Überlagerung und Invertierung von Einzelkurven. Hierzu greift man sich markante Punkte heraus, und verbindet sie entsprechend. Kreise und Geraden sind häufig vertretene Gebilde.

10.4 Komplexes Ohm'sches Gesetz II.39

Impedanz $\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}}$

- Entspricht dem Widerstand in Gleichstromnetzwerken

Ohm'scher Widerstand $\underline{Z} = R$

Kondensator $\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C}$

- Für $\omega \rightarrow \infty$ geht $\underline{Z} \rightarrow 0$
- Für $\omega \rightarrow 0$ geht $\underline{Z} \rightarrow \infty$

Spule $\underline{Z} = j\omega L$

- Für $\omega \rightarrow 0$ geht $\underline{Z} \rightarrow 0$
- Für $\omega \rightarrow \infty$ geht $\underline{Z} \rightarrow \infty$

Admittanz $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$

- Entspricht dem Leitwert in Gleichstromnetzen

Reaktanz / Blindwiderstand $X = \Im(\underline{Z}) = -\frac{1}{B}$

Suszeptanz / Blindleitwert $B = \Im(\underline{Y}) = -\frac{1}{X}$

Ohm'sches Gesetz $\underline{u} = \underline{Z} \underline{i}$ $\hat{u} = \underline{Z} \hat{i}$ $\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}$

Knotengleichung $\sum_{v=1}^n \underline{i}_v = 0$ $\sum_{v=1}^n \hat{i}_v = 0$

- 1. Kirchhoff

Maschengleichung $\sum_{v=1}^n \underline{u}_v = 0$ $\sum_{v=1}^n \hat{u}_v = 0$

- 2. Kirchhoff

Effektivwert $\underline{I}_R = \frac{\hat{i}_R}{\sqrt{2}}$ $\underline{U}_R = \frac{\hat{u}_R}{\sqrt{2}}$

- $\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}$

10.5 RLC Schaltungen

10.5.1 RLC Parallelschaltung II.52

Admittanz $\underline{Y} = \frac{1}{R} + j \left[\omega C - \frac{1}{\omega L} \right] = G + j(B_C + B_L)$

Resonanzfrequenz $\omega_p = \sqrt{\frac{1}{CL}}$

10.5.2 RLC Reihenschaltung II.55

Impedanz $\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j(X_L + X_C)$

Resonanzfrequenz $\omega_R = \sqrt{\frac{1}{CL}}$

10.5.3 Maxwell-Wien-Brücke II.73

Die *Maxwell-Wien-Brücke* (auch *Wien-Brücke*) besteht aus einer Brückenschaltung, an der eine beliebige Wechselspannung anliegt. In den Zweig oben links wird die zu messende Spule (bestehend aus L und R_i) eingesetzt. Oben rechts sitzt der Widerstand R_3 unten links R_2 und unten rechts die Parallelschaltung aus R_4 und C_4 . In den Mittelast wird ein Spannungsmessgerät eingesetzt. Wenn diese Spannung zu 0 wird bestehen die Beziehungen:

- $R = \frac{R_2 R_3}{R_4}$
- $L = C_4 R_2 R_3$

10.5.4 Lösungsmethode für Netzwerke allgemein II.59

1. Transformation von allen Größen im Netzwerk (Quellen und Bauteilen) in die komplexe Darstellung (Komplexe Amplitude / Admittanzen / Impedanzen).
2. Berechnen der gesuchten Größen mit Hilfe aller bekannten Netzwerkanalysemethoden, bloß im Komplexen
3. Rücktransformation über Realteilbildung
4. Fertig

10.5.5 Tiefpass / Hochpass II.96

normierte Frequenz $\Omega = \omega RC$

Grenzfrequenz $\omega_g \Leftrightarrow \frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{\sqrt{2}} = -3 \text{ dB}$

Logarithmisches Spannungsverhältnis /DeziBel(dB) $\left|\frac{U_A}{U_E}\right|^* = 20 \text{ dB} \log_{10} \left(\frac{U_A}{U_E}\right)$

Tiefpass 1. Ordnung $\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{1+j\Omega}$ $\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}}$ $\varphi = -\arctan(\Omega)$

Tiefpass 2. Ordnung $\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{1+\Omega^2 j 3\Omega}$ $\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2 + 9\Omega^2}}$ $\varphi = -\arctan\left(\frac{3\Omega}{1-\Omega^2}\right)$

10.5.6 RC-Bandpass II.101

Aufbau Ein RC-Tiefpass gefolgt von einem RC-Hochpass

Übertragungsfunktion $\frac{U_A}{U_E} = \frac{j\Omega}{1+j3\Omega-\Omega^2}$; $\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{\sqrt{9+(\Omega-\frac{1}{3})^2}}$

Phase $\varphi = \frac{\pi}{2} + \arctan \frac{3\Omega}{\Omega^2-1}$

Maximum $\Omega = 1$; $\frac{U_A}{U_E}|_{\Omega=1} = \frac{1}{3}$

Grenzfrequenz $\frac{U_A}{U_E}|_{\Omega_g} = \frac{1}{3} \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\Omega_{g1/2} = \frac{\sqrt{13} \pm 3}{2}$

10.5.7 Verschiedene Frequenzen II.103

Dies kann man durch Überlagerung von den Verschiedenen Quellen mit der jeweils eigenen Frequenz erreichen.

10.6 Resonanz in RLC-Schaltungen II.105

10.6.1 freie Schwingung II.105

Entsteht durch laden eines Kondensators auf U_0 , dessen Energie dann ab einem "Einschaltmoment, in einer RLC-Reihenschaltung hin und her schwingt.

Folgende Formeln gelten zumindest für den Reihenschwingkreis.

Dämpfung $\delta = \frac{R}{2L}$

Eigenfrequenz $\omega_e = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{R^2 C}{4L}} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$

- Näherung für $R = 0$

Stromverlauf $i(t) = -\frac{U_0}{\omega_e L} e^{-\delta t} \sin(\omega_e t)$

Spannungsverlauf $u_C(t) = U_0 \left(\cos(\omega_e t) + \frac{\delta}{\omega_e} \sin(\omega_e t) \right) e^{-\delta t}$

10.6.2 Erzwungene Schwingung II.108

Resonanzfrequenz $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

- bei Phasenresonanz

Resonanzüberhöhung

- Spannungüberhöhung $\frac{U_C}{U} |_{\omega_r} = \frac{U_L}{U} |_{\omega_r} = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{\omega_r C R} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} = Q$
 - Für RLC-Reihenschaltung
 - Maximum Spulenspannung bei $\omega = \frac{\omega_r}{\sqrt{1 - \frac{CR^2}{2L}}}$
 - Maximum Kondensatorspannung bei $\omega = \omega_r \sqrt{1 - \frac{CR^2}{2L}}$
- Stromüberhöhung $\frac{I_C}{I} |_{\omega_r} = \frac{\omega_r C}{G} = \frac{\sqrt{\frac{C}{L}}}{G} = Q$
 - Für RLC-Parallelschaltung

Phasenresonanz $\Im(\underline{Z}) = 0 \quad \Im(\underline{Y}) = 0$

- bei einfachen Schaltungen gleich der Betragsresonanz

Betragsresonanz $Y = |\underline{Y}|$ bzw. $Z = |\underline{Z}|$ wird mini-/ maximal

- bei einfachen Schaltungen gleich der Phasenresonanz

Reihenresonanz diese Verhalten zeigt eine Schaltung, wenn $Z \rightarrow \min$ gegen ein Minimum bzw. $Y \rightarrow \max$ gegen Unendlich bei ω_r strebt.

Parallelresonanz diese Verhalten zeigt eine Schaltung, wenn $Y \rightarrow \min$ gegen ein Minimum bzw. $Z \rightarrow \max$ gegen Unendlich bei ω_r strebt.

Gruppenschaltung eine Kombination aus L,R,C die weder eine Reihen, Parallel noch ein Hoch / Tiefpass darstellt.

Bandbreite $\Delta\omega = \frac{R}{L} = \omega_r d = \frac{\omega_r}{Q}$

- bei reiner R,L,C Reihen- oder Parallelschaltung

Güte $Q = \frac{\omega_r}{\Delta\omega} = \frac{1}{d} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R}$

Verlustfaktor $d = \frac{1}{Q} = \frac{\Delta\omega}{\omega_r} = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$

relative Verstimmung $v = \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}$

normierte Verstimmung $\Omega = Qv$

10.7 Leistung im Wechselstromkreis II.136

φ ist im folgenden der Winkel zwischen U und I . $u(t)$, $i(t)$ sind sinusförmig.

Wirkleistung $P = UI \cos \varphi = S \cos \varphi = \Re(\underline{S})$

- Einheit $1W = 1Watt$
- Wird *nur* an ohmschen Widerständen umgesetzt.

Blindleistung $Q = UI \sin \varphi = S \sin \varphi = \Im(\underline{S})$

- Einheit $1var = 1 \text{ volt ampere reactive}$ (Eigentlich Watt, aber so besser unterscheidbar)
- Wird *nur* an Reaktanzen (C's und L's) umgesetzt.

Scheinleistung $\underline{S} = P + jQ = UIe^{j\varphi} = \underline{U} \underline{I}^*$ $S = |\underline{S}| = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$

- Einheit $1VA = 1 \text{ Volt Ampere}$ (Eigentlich Watt, aber so besser unterscheidbar)
- komplex zusammengesetzte Leistung
- $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

Verzerrungsblindleistung wird die Blindleistung genannt, wenn Strom und Spannungen gegeneinander verzerrt sind

Blindleistungskompensation kompensieren der in einer Last enthaltenen Blindlasten durch gleichgroße mit entgegengesetzter Phase. Dies bedeutet das erstellen eines Parallelschwingkreises in Resonanz $\omega = \omega_r$.

- $C = \frac{1}{\omega^2 L}$
- $L = \frac{1}{\omega^2 C}$

Leistungsanpassung Maximieren der Leistung an einem Verbraucher, durch Variation seines Widerstandes.

- $\underline{Z}_a = \underline{Z}_i^*$
- $R_a = \sqrt{R_i + (X_a + X_i)}$ (Wenn der Blindanteil der Last feststeht)

Wirkungsgrad $\eta = \frac{P_{\text{nutz}}}{P_{\text{gesamt}}}$

- Im Allgemeinen werden hier Wirkleistungen genutzt.

10.8 Der Transformator im eingeschwungenen Zustand II.146

Symbol besteht aus Zwei Spulen, an denen L_1, L_2, R_1, R_2, M bzw. L_{12} angetragen werden. Zusätzlich enthält sie noch zwei Punkte, jeweils an einem Spulenende für den Wickelsinn (Gleiche, oder entgegengesetzte Seite).

- L_1, L_2 Induktivität der beiden Spulen mit Ohmschen Widerstand R_1, R_2
- M bzw. L_{12} ist die Gegeninduktivität

Last am Trafo \underline{Z}_v

Normalfall $\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2$ und $\underline{U}_2 = j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_1$

- wenn Wickelsinn gleich und Pfeile alle in gleiche Richtung

Ersatzschaltung eines (verlustlosen) Transformators mit den Spulen L_1, L_2 und der Gegeninduktivität M lässt sich durch eine T-förmige Konstruktion aus $L_1 - M$ im Längszweig Linksoben, M in Querzweig und $L_2 - M$ im Längszweig Rechtsoben darstellen.

Verlustloser Trafo $R_1 = 0$ $R_2 = 0$ Hyterreseverluste = 0

- $\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{\underline{Z}_v + j\omega L_2}{j\omega M} = \frac{\omega L_2 - j\underline{Z}_v}{\omega M}$
- $\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{jM \underline{Z}_v}{jL_1 \underline{Z}_v - \omega(L_1 L_2 - M^2)} = \frac{jM \underline{Z}_v}{jL_1 \underline{Z}_v - \omega \sigma L_1 L_2}$

Streufaktor $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$

- $\sigma = 0$: es schließt sich der gesamte Fluss im Eisenkern durch *beide* Spulen \Rightarrow der *streuungsfreie Transformator / völlige Kopplung*
- $\sigma = 1$: Spulen haben nix miteinander zu tun (z.B. $M = 0$), worst case.

Streuungsfreier Transformator $\sigma = 0 \Rightarrow M^2 = L_1 L_2$

- $\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \frac{\underline{Z}_v + j\omega L_2}{j\omega L_2} = \frac{\underline{Z}_v + j\omega L_2}{j\omega \sqrt{L_1 L_2}}$
- $\ddot{u}^2 = \frac{L_1}{L_2}$

Verlust- und Streuungsfreier Transformator $M^2 = L_1 L_2 \quad R_1 = 0 \quad R_2 = 0$

- $\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{N_2}{N_1} \frac{\underline{Z}_v + j\omega L_2}{j\omega L_2} = \frac{\underline{Z}_v + j\omega L_2}{j\omega L_2 \ddot{u}}$
- $\underline{Z}_1 = (j\omega L_1) \parallel (\ddot{u}^2 \underline{Z}_v) = \frac{1}{\frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{\ddot{u}^2 \underline{Z}_v}}$
- $\ddot{u} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{N_1}{N_2}$

Ideale Transformator $M, L_1, L_2 = \infty$

- und zusätzlich Verlust- und Streuungsfrei
- $\underline{Z}_1 = \ddot{u}^2 \underline{Z}_v$
- $\ddot{u} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1}$

Index

- Äquipotentialflächen, 24
- Überlagerung, 12, 21

- abgeglichene Brücke, 8
- Abkürzungen, 5
- Admittanz, 34
- Aktive Bauelemente, 15
- Amplitude, 32
- Analyse
 - Vergleich, 15
- Anharmonische Schwingung, 32
- Anpassung, 12
- Arbeit, 6
- Arbeitsgeraden, 29
- Arbeitspunkt, 29
 - bestimmung, 11
- Arithmetischer Mittelwert, 33
- Auftrennen von Widerständen, 9

- Bandbreite, 36
- Bandpass, 35
- Basiseinheiten, 4
- Baum, 7
 - sternförmig vollständig, 7, 14
 - vollständiger, 7, 13
- Baumzweige, 7, 14
- Berührspannung, 25
- Betragsresonanz, 36
- Bezugsknoten, 7, 14
- Biot-Savart'sches Gesetz, 26
- Blindleistung, 37
- Blindleistungskompensation, 37
- Blindleitwert, 34
- Blindwiderstand, 34
- Brückenschaltung, 8
- Brückenweig, 8
- Brechungsgesetz, 23

- Daempfung, 36
- dB, 35
- DeziBel, 35
- diamagnetisch, 29
- Dielektrizitätskonstante, 17
- Dielektrikum, 17, 22
 - Verschiedene, 22
- Digitalisieren, 16
- Dipol, 19
- Dipolmoment, 19
- Doppelleitung, 20, 31
- Drehspulinstrument, 28
- Dreieick-Stern Transf., 8
- Durchflutungsgesetz, 26

- E-Feld, 30
 - Berechnungsmethoden, 21
- Effektivwert, 34
- Eigenfrequenz, 36
- Einheit, 5
- Einheiten, 4

- SI-B., 4
- Einweg Gleichrichtwert, 33
- Elektrischer Fluss, 18
- elektrolytischer Mittelwert, 33
- Elektromagnet, 27
- Elektrostatik, 17
- EMK, 6
- Energie, 6, 20, 31
- Energie im Magnetfeld, 27
- Energiedichte, 20
- Erdungsproblem, 25
- Erregung
 - Magnetisch, 26
- Ersatzschaltung, 8, 15, 37
 - Magnetisch, 27
- Ersatzspannungsquelle, 10
- Ersatzstromquelle, 10
- Ersatzwiderstand, 8
- Erzeuger Zählpeilsystem, 6
- Erzwungene Schwingung, 36
- Euler'sche Zahl, 33
- Euler'sche Formel, 33

- Feld, 17
 - Coulomb, 19
 - Elektrostatistisches, 17
 - Energie, 20
 - Homogene, 19
 - Sternförmige, 19
- Feldlinien, 17, 24
- Feldstärke
 - Magnetische, 25
- Fernfeld, 19
- ferromagnetisch, 29
- Fläche, 18
- Fluss
 - Verketteter, 31
- Flussdichte, 25
- Formelzeichen, 5
- Formfaktor, 33
- freie Schwingung, 36
- Frequenz, 32

- Güte, 36
- Gauß'scher Satz der Elektrostatik, 18, 22
- Gegeninduktivität, 31, 37
- gesteuerte Quellen, 15
- Gleichunen
 - Zahlenwert, 5
- Gleichrichtwert, 33
- Gleichstrom, 5
- Gleichungen, 5
 - Größen, 5
 - Zugeschnittene Größen, 5
- Gleichungssystem, 12–15
- Größengleichungen, 5
- Grössen, 4
- grafische Arbeitspunktbestimmung, 11

- Grenzfläche, 25
- Grenzfrequenz, 35
- Grenzschicht, 22, 23
- Großknoten, 7
- Grundlagen, 5
- Gruppenschaltung, 36

- Hüllfläche, 18
- Hallsensor, 28
- Harmonische Schwingung, 32
- Hartmagnetisch, 30
- Helmholz, 12
- Hochpass, 35
- Hysteresekurve, 29

- Ideale Transformator, 38
- Impedanz, 34
- Induktion, 25
- Induktivität, 31
- Influenz, 21
- Innenwiderstand, 9

- Kapazität, 18
- Kennlinien, 29
- Kirchhoff, 27
- Kirchhoffschen Gleichungen, 23
- Klassengenauigkeit, 10
- Knoten, 7
- Knotenanalyse, 14, 15
- Knotengleichung, 7, 34
- Knotenregel, 27
- Koaxialkabel, 20, 24
- Koerzitiv Feldstärke, 29
- Komperatorschaltung, 16
- Komplex, 32
- komplexe Amplitude, 32
- Kondensator, 19, 20, 34
 - Kräfte, 22
 - Kraft, 21
 - Platten, 19
- Kondesator
 - Energie, 20
- Kopplungsarten, 17
- Kopplungsleitwerte, 14
- Kopplungswiderstände, 13
- Kraft, 27
 - Kondensator, 21, 22
- Kreisfrequenz, 32
- Krichhoffschen Gleichungen, 7
- Kurzschlussstrom, 11

- Ladung, 5
- Ladungsdichte, 20
- Leerlaufspannung, 11
- Leerlaufverstärkung, 16
- Leistung, 7, 12
- Leistungsanpassung, 12, 37
- Leistungsdichte, 23
- Leiterbogen, 24
- Leitwert, 6
 - Magnetisch, 27
- Lenz'sche Regel, 30

- Linear, 10
- lineare Gleichungssystem, 12
- lineare Netzwerke, 10
- Lineare Zweipole, 10
- Linienkomplex, 7
- Linienladung, 20
 - Ladungsdichte, 20
- Linienleiter, 28
- Logarithmisches Spannungsverhaeltniss, 35

- Magnetfeld, 25
 - Flussdichte, 25
 - Stationär, 25
- Magnetisch
 - Erregung, 26
 - Ersatzschaltung, 27
 - Feldsträke, 25
 - Spannung, 27
 - Ummagnetisierung, 30
 - Widerstand, 27
- magnetisch
 - Leitwert, 27
- Magnetische
 - Domänen, 29
 - Hysteresekurve, 29
 - Koerzitiv Feldstärke, 29
 - Remanenz, 29
 - Sättigung, 29
 - Weisschen Bezirke, 29
- magnetischer Fluss, 26, 27
- Masche, 7
- Maschengleichung, 8, 34
- Maschenregel, 27
- Materialisierung, 22
- Maxwell'sche Gleichung, 31
- Maxwell-Wien-Bruecke, 35
- Messbereich, 10
- Messbereichserweiterung, 10
- Messen, 9
- Messgeräte, 9
- Messung
 - Spannungsrichtige, 10
 - Stromrichtige, 10
- Mittelwerte, 33

- Nacheilt, 34
- Nahfeld, 19
- Netzwerk, 7, 10, 11
 - Strukturen, 7
 - Vereinfachung, 11
- nichtlineare Bauteile, 11
- normierte Frequenz, 35
- normierte Verstimmung, 36

- Ohm'sches Gesetz, 34
- OP, 16
- Operationsverstärker, 16
 - Kenngrößen, 16
 - Rückkopplung, 16
- Operatorendiagramm, 34
- Ordnung, 35

- Ortskurve, 34
- Parallelresonanz, 36
- Parallelschaltung, 8, 9, 24
- paramagnetisch, 29
- Periodendauer, 32
- Permiabilitätskonstante, 26
- Phase, 32
- Phasenlage, 32
- Phasenresonanz, 36
- Phasenverschiebungswinkel, 32
- Physikalisch Stromrichtung, 6
- Physikalische Grundlagen, 5
- Potential, 6
- Potentialfunktion, 17
- Prinzip
 - Materialisierung, 22
 - virtuelle Verschiebung, 22
- Quadratischer Mittelwert, 33
- Quellen, 15
 - Gesteuert, 15
- Quellenfeld, 17
- Quellenfrei, 23
- Rückkopplung, 16
- Reaktanz, 34
- Rechte-Hand-Regel, 28
- Rechteckimpuls, 32
- Reihenresonanz, 36
- Reihenschaltung, 8, 9, 24
- relative Verstimmung, 36
- Remanenz, 29
- Resonanz, 36
- Resonanzfrequenz, 36
- Resonanzueberhoehung, 36
- Ringspule, 28
- RLC, 34
- RLC-Parallelschaltung, 34
- RLC-Reihenschaltung, 35
- Sättigung, 29
- Scheinleistung, 37
- Scheitelfaktor, 33
- Schrittspannung, 25
- Senkrechte durchdringung, 23
- Si-Basiseinheiten, 4
- Sinusimpuls, 32
- Spannung, 6
 - Magnetisch, 27
- Spannungsanpassung, 12
- Spannungsmesswerk, 9
- Spannungspfeil, 7
- Spannungsquelle, 15
- Spannungsrichtige Messung, 10
- Spannungsteiler, 8
- Spannungsueberhoehung, 36
- Spannungsvektors, 13
- Sprungfunktion, 32
- Spule, 34
- Stationär
 - Magnetfeld, 25
- Stern-Dreieick Transf., 8
- Strömungsfelder, 23
- Strefaktor, 38
- Streuungsfrei, 38
- streuungsfreie Transformator, 38
- Strom, 5
 - Gleich, 5
 - Wechsel, 5
- Stromanpassung, 12
- Stromdichte, 23
- Stromfäden, 24
- Strommesswerk, 9
- Stromquelle, 15
- Stromrichtige Messung, 10
- Stromrichtung, 6
- Stromteiler, 8
- Stromueberhoehung, 36
- Stromvektor, 13
- Strukturen, 7
- Superpositionsprinzip, 12
- Suszeptanz, 34
- Symmetrie, 9, 21
- Technische Stromrichtung, 6
- Tiefpass, 35
- Trafo, 37
- Transformation, 8, 10, 11
 - Dreieck-Stern, 8
- Transformator, 37
- Transistor, 15
- Ueberlagerung, 35
- Umlauf, 7
- Umlaufanalyse, 13, 15
- Ummagnetisierung, 30
- Ummagnetisierungsverluste, 30
- VA, 37
- var, 37
- Verbindungszweige, 7
- Verbraucher Zählpfeilsystem, 6
- Vereinfachung, 11
- Verketteter Fluss, 31
- Verlustfaktor, 36
- Verschiebung, 22
- Verschiebungsdichte, 17, 22
- Verstimmung, 36
- Verzerrungsblindleistung, 37
- virtuelle Verschiebung, 22
- voellige Kopplung, 38
- Vollständig
 - Sternförmiger Baum, 7
 - Vollständiger Baum, 7
- Voreilt, 34
- Vorsatzzeichen, 5
- Wechselstrom, 5
- Wechselstromlehre, 32
- Weichmagnetisch, 30
- Weissen Bezirke, 29
- Wickelsinn, 37
- Widerstand, 6, 23

- differenzieller, 6
- Magnetisch, 27
- Material, 6
- Temperaturabhängiger, 6
- Widerstandsberechnung, 24
- Widerstandsnetzwerke, 7
- Wien-Brücke, 35
- Winkelgeschwindigkeit, 32
- Wirbelfrei, 17
- Wirkleistung, 37
- Wirkungsgrad, 37
 - Energie, 6
 - Leistung, 7
- Zählfeilsysteme, 6
- Zahl, 5
- Zahlenwertgleichungen, 5
- Zeigerdiagramm, 34
- Zugeschnittene Größengleichungen, 5
- Zweig, 7
- Zweipole, 10, 12