Formelsammlung
Physik I/II für E-Techniker

<Marco.Moeller@macrolab.de>

Stand: 27.05.2005 - Version: 1.0.2
ERHÄLTLICH UNTER HTTP://PRIVAT.MACROLAB.DE

Diese Formelsammlung basiert auf der Vorlesung “Physik 1/2 für Elektrotechniker” von Prof. Dr. Klaus Röll an der Universität Kassel im Wintersemester 2003/04 und Sommersemester 2004.

Inhaltsverzeichnis

1 Einheiten und Vorsatzzeichen

1.1 Einheiten

Alle Einheiten lassen sich auf die 7 SI-Basiseinheiten (System International) zurückführen. Dies sind Länge (m), Masse (kg), Zeit (s), Stromstärke (A), Temperatur (K), Stoffmenge (Mol) und die Lichtstärke (cd).

Eine ausführliche Auflistung finden sie in Tabelle 1.

Tabelle 1: Einheiten

Größe	Formel-Buchstabe	Einheit	Einheit-Name
Länge	l	m	Meter
Masse	m	kg	KiloGramm
Zeit	t	s	Sekunde
Stromstärke	I, i(t)	A	Ampere
Temperatur	T, ϑ	°C K	Grad-Celsius Grad-Kelvin
Stoffmenge	m	Mol	mol
Lichtstärke		cd	Candela
el. Ladung	Q	$C = As$	Coulomb
el. Spannung	U, u(i)	$V = \frac{J}{C} = \frac{m^2kg}{s^3A}$	Volt
el. Widerstand	R	$\Omega = \frac{1}{S} = \frac{V}{A} = \frac{m^2kg}{s^3A^2}$	Ohm
el. Leitwert	G	$S = \frac{1}{\Omega} = \frac{A}{V} = \frac{s^3A^2}{m^2kg}$	Siemens
mag. Fluß	ϕ	$W_b = Vs = \frac{m^2kg}{s^2A}$	Weber
mag. Flußdichte	B	$T = \frac{Vs}{m^2} = \frac{kg}{s^2A}$	Tesler
mag. Feldstärke	H	$\frac{A}{m}$	
Induktivität	L	$H = \frac{Vs}{A} = \frac{m^2kg}{s^2A}$	Henry
Leistung	P	$W = VA = \frac{m^2kg}{s^3}$	Watt
Energie	W	$J = Ws = Nm = \frac{m^2kg}{s^2}$	Joule
el. Kapazität	C	$F = \frac{C}{V} = \frac{As}{V} = \frac{A^2s^4}{m^2kg}$	Farrad
Geschwindigkeit	v	$\frac{m}{s}$	
Beschleunigung	a	$\frac{m}{s^2}$	
Kraft	F	$N = \frac{mkg}{s^2}$	Newton

1.2 Vorsatzzeichen

Siehe Tabelle 2.

Tabelle 2: Vorsatzzeichen und Abkürzungen

da	Deka	10^1	d	Dezi	10^{-1}
h	Hekto	10^2	c	Zenti	10^{-2}
k	Kilo	10^3	m	Milli	10^{-3}
M	Mega	10^6	μ	Mikro	10^{-6}
G	Giga	10^9	n	Nano	10^{-9}
T	Tera	10^{12}	p	Piko	10^{-12}
P	Peta	10^{15}	f	Femto	10^{-15}
E	Exa	10^{18}	a	Atto	10^{-18}
Z	Zetta	10^{21}	z	Zepto	10^{-21}
Y	Yotta	10^{24}	y	Yocto	10^{-24}

2 Atomare Eigenschaften

Atomare Masse $m_A = A \cdot u = (N + Z) \cdot u$

- A = Atomare Massenzahl
- N = Neutronen Zahl
- Z = Protonen Zahl
- $u = 1,6735 \cdot 10^{-27} kg$

Elektronen Masse $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} kg \approx \frac{1}{2000} u$

elektrische Elementarladung $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} As$

Elektronen Volt $1eV = 1,6022 \cdot 10^{-19} J$

- atomare Energieeinheit
- Energie die ein Elektron bei der Beschleunigung um $1V$ aufnimmt.

3 Eindimensionale Bewegung

3.1 Weg und Geschwindigkeit

Weg $s(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0$

Geschwindigkeit $v(t) = \frac{ds}{dt} = \dot{s} = at + v_0$

Beschleunigung $a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2s}{dt^2} = \dot{v} = \ddot{s} = a$

3.2 Kraft und Beschleunigung

Kräftegleichgewicht $\sum \vec{F} = 0$

- bei einer nicht beschleunigten Masse (v = konstant)

Kraft $F = m \cdot a(t) = \frac{d\vec{p}}{dt}$

- $\vec{p} = m\vec{v}$ Puls

Gewichtskraft $F_g = -g \cdot m$

- $g = 9,8066 \frac{m}{s^2}$ Erdbeschleunigung

3.3 Harmonische Schwingungen

Federkraft $F = -Dy$

- y Auslenkung aus Ruhelage
- $D = m\omega^2$ Federkonstante; $[D] = \frac{N}{m} = \frac{kg}{s^2}$

Auslenkung $y(t) = y_0 \cos\left(\omega\left(t - \varphi\right)\right)$

- y_0 Amplitude (Maximale Auslenkung aus Ruhelage)
- T Schwingungsdauer (Periodendauer); $[T] = s$
- $f = \frac{1}{T}$ Frequenz (Anzahl Schwingungen pro Sekunde; $[f] = \frac{1}{s} = Hz$
- $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{D}{m}}$ Kreisfrequenz; $[\omega] = \frac{1}{s}$
- φ Phasenlage im Bogenmaß

Geschwindigkeit $v(t) = \dot{y}(t) = -y_0\,\omega\,\sin\left(\omega\left(t - \varphi\right)\right)$

Beschleunigung $a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{y}(t) = -y_0\,\omega^2\,\cos\left(\omega\left(t - \varphi\right)\right)$

- $F = -Dy = m\ddot{y} \Rightarrow D = m\omega^2$

3.4 Vektorielle Bewegung

Bewegungsgleichung

$$\vec{a}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{x}}(t) = \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \\ a_z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{v}_x(t) \\ \dot{v}_y(t) \\ \dot{v}_z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{s}_x(t) \\ \ddot{s}_y(t) \\ \ddot{s}_z(t) \end{pmatrix}$$

- $\vec{x}$ Ortsvektor, $\vec{v}$ Geschwindigkeitsvektor, $\vec{a}$ Beschleunigungsvektor
- Alle Bewegungsgleichungen gelten auch vektoriell
- Bahnkurve ohne Parameter t durch Eliminierung von t

Kreisbewegung

Ortsvektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \sin \alpha \\ r \cos \alpha \end{pmatrix}$

Geschwindigkeit $\vec{v} = \omega \begin{pmatrix} -y(t) \\ x(t) \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} -r \cos \alpha \\ r \sin \alpha \end{pmatrix}$

- Richtung ist Tangente am Kreis

Beschleunigung $\vec{a} = -\omega^2 \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = -\omega^2 \vec{x}$

- $\vec{a} \times \vec{s} = 0$ Beschleunigung auf Mittelpunkt gerichtet, bzw. antiparallel zum Ortsvektor
- $\vec{a} \perp \vec{v} = 0$ Beschleunigung ist senkrecht zur Geschwindigkeit

3.5 Bahnkurven

Bahnkurve $y = f(x)$

- Erhält man aus vektorieller Form durch Elimination von t

Kreisbahn $x^2 + y^2 = r$

- r Radius des Kreises

Elipsenbahn $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$

- a x-Achsendurchstoßpunkt (Halbachse der Ellipse)
- b y-Achsendurchstoßpunkt (Halbachse der Ellipse)
- a, b minimaler, und maximaler Radius
- $a = b = r$ Sonderfall Kreis

Phasenelipse $x = a \cos(\omega t) \quad y = a \cos(\omega t - \phi)$

- $\phi = 0$ Diagonale $(-,-) \leftrightarrow (+,+)$
- $0 < \phi < \frac{\pi}{2}$ Ellipse ähnlich Diagonale $(-,-) \leftrightarrow (+,+)$
- $\phi = \frac{\pi}{2}$ Ellipse (bzw. Kreis) / nicht gedreht
- $\frac{\pi}{2} < \phi < \pi$ Ellipse ähnlich Diagonale $(-,+) \leftrightarrow (+,-)$
- $\phi = \pi$ Diagonale $(-,+) \leftrightarrow (+,-)$

4 Energie

4.1 Mechanische Arbeit

Arbeit $W = F \cdot s \cdot \cos\alpha = \vec{F} \cdot \vec{s}$; $W_{1,2} = \int_{s1}^{s2} F \cos\alpha \, ds$; $W_{1,2} = \int_{v1}^{v2} mv \, dv$

- $[W] = Nm = J =$ Joule
- F Kraft; s Weg; α Winkel zwischen F und s

1. Federarbeit $W(x) = \frac{1}{2}Dx^2$

- D Federkonstante
- x Auslenkung aus der Ruhelage

Leistung $P = \frac{dW}{dt} = \dot{W}$

- $[P] = \frac{J}{s} = W =$ Watt
- $P = Fv$ (Sonderfall Konst. Kraft)

4.2 Energie

Allgemein $W_{1,2} = E_2 - E_1$

- Arbeit $W_{1,2}$ die nötig ist um die Energie von E_1 zu E_2 zu ändern.
- $[E] = [W] = Nm = J =$ Joule $= \frac{m^2 kg}{s^2}$

Kinetische E. $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$

- v Geschwindigkeit
- p Impuls

Potentielle E. $E_{pot} = m\,g\,h$

- Gleicher Nullpunkt der Energie wie bei 5.4, wenn $h = R_{Erde} + y$. (y Höhe über normal Null)
- Allgemein ist die die Energie der Lage, in der Sich ein Objekt befindet.

E. Erhaltung $E_G = \sum_n E_n =$ konstant

Verluste $Q = E_{Vorher} - E_{nachher}$

- Wenn bei einem Vorgang Energie "verschwindet" wird diese meistens in Wärme umgewandelt. Diese "Verluste" werden meistens mit Q abgekürzt.

5 Planeten und Sattelitenbewegung

5.1 Gravitation

Massenanziehung $F = -G\frac{Mm}{r^2}$

- M, m die beiden Massen die sich anziehen
- $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ Gravitationskonstante; $[G] = \frac{Jm}{kg^2} = \frac{m^3}{s^2 kg}$
- r Abstand der Massenmittelpunkte (Kugelförmige Massen)

5.2 Planetensystem

Siehe Tabelle 3 auf der nächsten Seite

Tabelle 3: Übersicht Planetensystem

		Masse (m_{Erde})	Bahn (AE)	
Sonne		333'000		
Merkur		0,05	0,4	*M*ein
Venus	nah	0,8	0,7	*V*ater
Erde	klein	1	1	*E*rklärt
Mars		0,1	1,5	*m*ir
Jupiter	groß	320	5	*j*eden
Saturn		95	10	*S*onntag
Uranus		15	20	*u*nsere
Neptun	weit weg	17	30	*N*eun
Pluto		0,003	40	*P*laneten

5.3 Erde

Masse $m_{Erde} = 5,9763 \cdot 10^{24} kg$

Bahnradius $r_{Erde} = 1,5 \cdot 10^{11} m = 1\ AE =$Astronomische Einheit (Entfernung der Erde zur Sonne)

Erdradius $R_{Erde} \approx 6371 \cdot 10^3 m$

5.4 Planeten- und Sattelitenbahnen

Zentripetalkraft $F_z = -\frac{mv^2}{r}$

- Zum Kreismittelpunkt gerichtet (dann Positiv)

Kreisbahn Geschwindigkeit $v_{kreisbahn} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

- z.B. Erdnahe Bahn $v \approx 7,9 \frac{km}{s}$

Umlaufdauer $T = \frac{2\pi r}{v_k} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

Potentielle Bahnenergie $E_p = -G\frac{Mm}{r}$

- nur potentielle, ohne Bewegung in der Bahn (kinetisch)!!!

Gesamt Bahnenergie $E = E_P + E_{kin} = \frac{E_P}{2} = -G\frac{Mm}{2r}$

Maximale Reichweite $r_{max} = \frac{2GMR}{2GM - v_{max}^2 R}$

- R Startradius
- wenn $v_{max} < v_{Flucht}$!!!

Fluchtgeschwindigkeit $v_F = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

- R Startradius
- M Masse des Planeten
- $v_F = \sqrt{2}\, v_{K0}$ Zusammenhang zur Oberflächen nahen Bahn
- Bei Erde $v_F = 11,2 \frac{km}{s}$
- unabhängig von Abschussrichtung
- $v_0 < v_F$ Kreis oder Elipsenbahn
- $v_0 = v_F$ Grenzfall Hyperbelbahn ($\lim_{r \to \infty} v = 0$)
- $v_0 > v_F$ Hyperbelbahn (Energie Überschuss)

Kreisbahn $E_{Kreis} = \frac{1}{2} |E_{pot}|$

6 Elektrostatisches Feld I.153

Beim elektrostatischen Feld ändert sich die Position der Ladung über die Zeit nicht. Es kommen also nur Isolatoren als Dielektrikum in Frage.

6.1 Grundlagen I.153

Alle verkoriellen Gleichungen lassen sich skalar lösen, wenn man sie längs einer Feldline betrachtet!

E-Feld $\vec{E} = -\text{grad}\phi = -\left(\vec{e}_x \frac{\partial\phi}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial\phi}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial\phi}{\partial z}\right)$

- Resultierendes Feld (vektorielle Überlagerung der Einzelfelder)
  $\vec{E} = \sum_{k=1}^{n} \vec{E}_k$
- entlang Feldlinie
  $E = \frac{d\phi}{dx}$

Kräfte im E-Feld $\vec{F} = q\vec{E}$

- Kraft die auf die Probeladung g im E-Feld wirkt
- Lassen sich (vektoriell) Übelagern
  $\vec{F} = \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_k$

Verschiebungsdichte $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$

- Elektrisches Feld unabhängig vom Dielektrikum

Dieelektrizitätskonstante $\varepsilon = \varepsilon_m \varepsilon_0$

- materialabhängige Konstante
- $\varepsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$ Dieelektrizitätskonstante (im Vakuum / ähnlich Luft)

Feldlinien $+ \rightarrow -$

- Richtung: von positiven Ladungen zu negativen (theoretische Bewegungsrichtung von Positiven Ladungsträgern / technische Stromrichtung)
- Abstand: je dichter, je stärker das Feld
- Richtung: Kraftrichtung auf eine Positive Ladung
- Parallel: Homogenes Feld
- E-Feld ist Wirbelfrei / Quellenfeld
  $\oint \vec{E} d\vec{s} = 0$ (Potential auf Umlauf 0, 1. Kirchhoff)
- Treten Senkrecht aus Leiteroberflächen aus

Potentialfunktion $\phi(A) = -\int_0^A \vec{E}\, d\vec{s} = -U_{0A}$

- Bei der Potentialfunktion muss ein passender Bezugspunkt gewählt werden, hier 0. Allgemein irgendein markanter Punkt in der Aufgabenstellung. Kürzt sich bei der Differenz zweier Potentiale ohnehin heraus.
- $\oint_L \vec{E} d\vec{s} = 0$
  Potentialfunktion ist Wegunabhängig - Konservatives Feld
  (1. Kirchhoff)
- Gesamtpotential ist Überlagerung der Einezelpotentiale
  $\phi = \sum_{k=1}^{n} \phi_k$
- Aufteilung der Spannungen
  $U = U_0 \frac{y}{d}$
  - d Länger der Feldlinie
  - U_0 Spannung über der gesamten Feldlinie

    - y Entfernung auf Feldlinie vom Ausgangspunkt

Äqui-Potential-Fläche U =konstant; E_p =konstant

- ähnlich wie Höhenlinien bei Bergen
- Äqui-Potential-Fläche$\perp$ $\vec{E}$-Feld (Feldlinien)
- Feldlinien Treten senkrecht aus *jeder* Leiteroberfläche aus, da Leiteroberflächen Äqui-Potential-Flächen bilden

Elektrischer Fluss $\psi_e = \int_A \vec{D}\, d\vec{A}$

- $\vec{A}$ Vektor der Senkrecht auf der Hüllfläche steht
- gilt nur bei nicht geschlossener Hüllfläche

Gauß'scher Satz der Elektrostatik $Q = \oint_A \vec{D}\, d\vec{A}$

- Auch $Q = AD$ wenn A zu allen Feldlinien Rechtwinklig
- Ladungungsmenge die in der umschlossenen Hüllfläche liegt
- Wenn eine Hüllfläche bekannt ist, die senkrecht von den Feldlinien durchdrungen wird, lässt sich so die Verschiebungsdichte, bzw. die Ladung bestimmen

Kapazität $Q = C \cdot U$

- $C = \frac{Q}{\phi_+ - \phi_-}$ $\qquad C' = \frac{\lambda}{\phi_+ - \phi_-}$
    - ϕ_+ Potential an positiver Elektrode (mit Q als Ladung)
    - ϕ_- Potential an negativer Elektrode (mit $-Q$ als Ladung)
- C' Kapazität pro Länge (z.B. bei Leitungskapazitäten)

6.2 Spezielle Felder

6.2.1 Sternförmige / Homogene Felder

Coulombfeld $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{|r|^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|r|}$

- für Kugelförmige bzw. Punkt-förmige Ladungen

Kugel $E = \frac{U_0 R}{|r|^2}$

- Bequemere Schreibweise über Spannung U_0 gegenüber Potential im Unendlichen
- R Durchmesser der Kugel
- Kapazität
  $C = 4\pi\varepsilon R$ mit R_2 im unendlichen
  $C = \frac{4\pi\varepsilon}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2}}$ mit R_2 als umhüllende Kugel im endlichen

Umhüllte Kugel $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

- r_1 Radius Innenkugel
- r_2 Radius Umhüllung

Platten Kondensator $E = \frac{U_0}{d} = \frac{Q}{\varepsilon A}$

- A Fläche der Kondensator-platten (Parallel!/plan)
- d Abstand der Platten
- $C = \frac{A\varepsilon}{d} = \frac{Q}{U_0}$ Kapazität
- Aufteilung Spannungen $U = U_0 \frac{y}{d}$ (y Höhe über einer Platte)
- Reihenschaltung
    - $\frac{1}{C_g} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}$
    - (in etwa) Plattenabstand addiert sich
- Parallelschaltung
    - $C_g = \sum_{k=1}^{n} C_k$
    - (in etwa) Plattenfläche addiert sich

6.2.2 Dipol I.166

Charakteristika

- Ladungen vom Betrag gleich
- Unterschiedliche Vorzeichen

Dipolmoment $P = aQ$

- a Abstand der beiden Ladungsmittelpunkte

Nahfeld

- $r \approx a \rightarrow$ Nahfeld
- Zwischen Ladungen in etwa homogen
- Um die Ladungen etwa Sternförmig

Fernfeld $E_r = \frac{P}{2\pi\varepsilon} \cos\alpha \frac{1}{r^3}$ $E_\perp = \frac{P}{4\pi\varepsilon} \sin\alpha \frac{1}{r^3}$

- $r \gg a \rightarrow$ Fernfeld
- P Dipolmoment
- α Winkel relativ zur Dipolachse (Gerade durch beide Ladungen / mit Berühren)
- r Radius relativ zum Dipolmittelpunkt
- E_r Fernfeld Radialanteil
- $E_\perp$ Fernfeld Anteil sekrecht zum Radius (von - nach +)

6.2.3 Linienladungen I.167

Ladungsdichte $\lambda = \frac{dQ}{ds}$

Potentialfunktion $\phi(r) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon} \mathrm{Arsh}\, \frac{s-y}{r}\Big|_{l_1}^{l_2}$

- Die Linienladung liegt im 2-Dim Koordinatensystem auf der Y-Achse im Bereich von l_1 bis l_2.
- r ist sozusagen der senkrechte Abstand von der Linienladung, lässt sich also auch auf 3-Dim übertragen (r =Radius in x,z Ebene)

Potentialfunktion ∞-lange Ladung $\phi(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \ln\left(\frac{\mathrm{const}}{r}\right)$

- const im ln, da sich so die Einheit von r herauskürzt.

E-Feld ∞-lange Ladung $E(r) = \frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon}$

- Radial (und senkrecht) von der Linienladung nach außen (nach innen) gerichtet
- gilt für eine unendlich lange Linienladung

Koaxialkabel $C' = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}$

- C' Kapazität pro Länge
- r_i Radius Innenleiter
- r_a Radius Umhüllung

Doppelleitung $C' = \frac{\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)}$

- gilt nur wenn $r \ll d$
- r Radius der Leiter
- d Abstand der Leitermittelpunkte

6.3 Im Kondensator gespeicherte Energie I.184

Gesamtenergie $W_e = \int_0^{\infty} u(t)\ i(t)\ dt = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU = \frac{Q^2}{2C}$

- $u(t), i(t)$ Ladespannung und Strom am Kondensator (Gesamtenergie = Unendliche Ladedauer)
- C Kapazität
- U Spannung am Kondensator
- Q Ladung auf den Kondensatorplatten

Gesamtenergie Plattenkondensator $W_e = Ad \int_0^{\infty} E\ dt = V \int_0^{D_e} E\ dD$

- A Palttenfläche
- d Plattenabstand
- V Volumen (zwischen Platten)
- D_e Endwert der Verschiebungsdichte
- Energie pro Volumen $w_e = \int_0^{D_e} E\ dD$
  (gilt auch für inhomogenes ε)

Energiedichte $w_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}DE = \frac{D^2}{2\varepsilon}$

- w_e ist Energie pro Volumen im E-Feld

Energieverlust beim Parallelschalten $W_v = \frac{(Q_1C_2 - Q_2C_2)^2}{2C_1C_2(C_1+C_2)}$

- Wenn Kondensatoren parallelgeschaltet werden, tritt beim Umladevorgang ein Energieverlust auf. Dieser wird entweder in Wärme und abgestrahlt.
- $W_G = W_1 + W_2 - W_v$

6.4 Energie im Elektrischen Feld (Mechanisch) I.186

Arbeit im E-Feld $W_{mech} = q \int_A^B \vec{E}\ d\vec{s} = qU_{AB}$

- Da es sich um eine konservative Kraft handelt ist es egal welcher Weg gewählt wird, nur der Start- und Endpunkt sind entscheiden $\oint_L \vec{E}\ d\vec{s} = 0$
- lässt sich in normales Produkt überführen, wenn man den Weg längs einer Feldlinie wählt

Potentielle Energie $E_P = qU$

- q Probeladung
- U Spannung / Potential am Ort

Potentielle Energie Kugel-Kondensator $E_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Qq}{r} = U_o\frac{R}{r}q$

- r Abstand Zentrum Kugel-Kondensator zu Zentrum Probeladung
- R Durchmesser Kugel-Kondensator
- U_0 Spannung an Kugel-Kondensator

Kräfte an Kondensatorplatten $F_x = \frac{U^2\varepsilon A}{2d^2} = \frac{E^2\varepsilon A}{2} = \frac{D^2 A}{2\varepsilon}$

- Auf jeweils andere Platte gerichtet

6.5 Weitere Details

Hier verweise ich auf die von mir verfasste Formelsammlung "Formelsammlung Grundlagen der Elektrotechnik I/II". Hier sind wesentlich mehr Details zum E-Feld incl. diversen Berechnungsmethoden enthalten. Zudem sind diese Formeln dort per Drag & Drop dort herauskopiert, was allerdings nicht unbedingt deren aktuellen Stand garantiert.

7 Magnetische Felder

7.1 Grundlagen

Magnetfeld $\vec{H}$

- durch Strom I erzeugt
- Magnetfeld, Feldstärke (Erregung)$\left[\vec{H}\right] = \frac{A}{m} = H$ enry

Flussdichte $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

- Flussdichte (Induktion)$\left[\vec{B}\right] = \frac{Vs}{m^2} = T$ esla
- $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$ Permeabilitätskonstante im Vakuum (Luft ähnlich)

Gerader Leiter $\left\|\vec{H}\right\| = \frac{I}{2\pi r}$

- Richtung mit Rechte-Hand-Regel. Daumen in Stromrichtung $\vec{I} \rightarrow$ geschlossene Finger in Magnetfeldrichtung $\vec{H}$.
- I Strom durch Leiter
- r Abstand vom Leitermittelpunkt (senkrecht zum Leiter)

7.2 Spule

magnetisches Dipolmoment $\mu = nI\pi R^2$

- n Windungszahl
- I Strom
- R Radius der Spule

Innen $H_Z = \frac{\mu}{2\pi} \frac{1}{z^3}$

- innen in etwa homogenes Feld
- z Abstand entlang der Dipolachse (von Spule umschlossene Achse) von Dipolmittelpunkt aus

Fernfeld $H_r = \frac{\mu}{2\pi} \cos\alpha \frac{1}{r^3}$ $H_\perp = \frac{\mu}{4\pi} \sin\alpha \frac{1}{r^3}$

- Dipolfeld
- $r \gg 2R \rightarrow$ Fernfeld
- μ magnetisches Dipolmoment
- α Winkel relativ zur Dipolachse (Gerade die durch Spule umschlossen wird)
- r Radius relativ zum Dipolmittelpunkt
- E_r Fernfeld Radialanteil
- $E_\perp$ Fernfeld Anteil sekrecht zum Rasius (von - nach +)

7.3 Permantentmagneten

Pole $N \hat{=} (+)$ $S \hat{=} (-)$

Flussdichte $\vec{B} = \mu(\vec{H} + \vec{M})$

- $\vec{M}$ Magnetisierung; $\left[\vec{M}\right] = \frac{A}{m} = H$enry

magnetische Materialien Eisen, Nickel, Kobald, Ferritte (Eisen Oxid),
NdFeB (NeodynEisenBohr / SEHR stark)

atomares magnetisches Moment $\mu = \frac{1}{2} evR$

- $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} As$ =elektrische Elementarladung (siehe 2 auf Seite 5)
- v Elektronen Hüllengeschwindigkeit
- R Atomhüllenradius

Bohrsches Magneton $\mu_B = 9,2742 \cdot 10^{-24} \frac{J}{T} \quad [\mu_B] = \frac{J}{T} = Am^2$

- Wasserstoff: $\mu = 1\mu_B$
- z.B. Eisen: $\mu = 2,2\mu_B$

Magnetisierung $\vec{M} = N\vec{\mu}$

- $N = \frac{\rho}{m_A} = \frac{\rho}{A \cdot u}$ Anzahl Atome im betrachteten Körper (siehe 2 auf Seite 4)
- z.B. Eisen: $N_{Fe} = 8,4 \cdot 10^{28} m^{-3} \quad M_{Fe} = 1,72 \cdot 10^6 \frac{A}{m}$

Permiabilität $\mu_r = \frac{M}{H}$

- ist nicht Konstant im Material, sondern eine Kurve.

7.4 Kenngrößen von Magnetischen Materialien

Magnetische Domänen (auch Weisschen Bezirke) Dieses sind Bereiche innerhalb von Permantentmagneten, die durch atomare Felder im Bereich von 500 Tesla gleich ausgerichtet sind. Durch Einwirkung von Außen lassen sich mehrere dieser Bereiche in ihrer Ausrichtung drehen, bzw. sich die Wände zwischen ihnen bewegen. So erhält das Material eine nach außen wirksames Magnetfeld.

Hysteresekurve $H \Rightarrow M$
Dies ist ein Diagramm, in dem die Magnetisierung $\vec{M}$ über H aufgetragen ist. In diesem Diagramm sind 2 bzw. 3 Linien übereinander vorhanden, da es bei den Materialien einen Unterschied macht, wie ihre Magnetisierung vorher war, wenn ein neuer H Wert auf sie wirkt. Aufgenommen werden sie so: H bei 0 starten und bis zum +Maximum erhöhen, bei einem noch nicht magnetisierten Material. Dies ist die Neukurve. Nun H bis -Maximum absenken, und wieder bis +Maximum erhöhen. Dies beiden Kurven sind nicht deckungsgleich, und ergeben eine Hysterese.

Sättigung M_S
Bei der Sättigung erhöht sich der Wert von $\vec{M}$ nicht weiter, da alle magnetischen Domänen bereits gleichgerichtet sind.

Remanenz M_R
Die Remanenz ist der $\vec{M}$ Wert, der sich bei einem H von 0 einstellt (nicht Neukurve).

Koerzitiv Feldstärke H_C
ist die Feldstärke H die benötigt wird, um die Magnetisierung $\vec{M}$ den Wert 0 annehmen zu lassen (nicht Neukurve).

Ummagnetisierungs Verluste entstehen durch die Hysterese. Sie entsprechen der Fläche zwischen den beiden Kurven.

Weichmagnetisch nennen sich die Stoffe die eine schwach ausgeprägte Hysterese besitzen (H_C und M_R klein).

- Materialien: PermalloyFeNi, amorphe Legierungen
- Anwendungen: Transformatorblech (geringe Verluste)

Hartmagnetisch nennen sich die Stoffe die eine stark ausgeprägte Hysterese besitzen (H_C und M_R groß, $M_R \approx M_S$).

- Materialien: PermalloyFeNi, amorphe Legierungen
- Anwendungen: Transformatorblech (geringe Verluste)

8 Elektronen und Ionenstrahlen

8.1 Kräfte aus dem E-Feld

Beschleunigung im E-Feld $a = \frac{qE}{m}$

Energieaufnahme $\Delta E = q\,(U_2 - U_1)$

- Wenn sich eine Ladung vom Potential 1 zum Potential 2 im E-Feld frei bewegt, nimmt sie diese Energie auf
- Ein Elektron, das im einen Feld eine Potentialdifferenz von z.B. $5V$ durchläuft, nimmt $5eV$ (Elektronenvolt) kinetische Energie auf.

Beschleunigung $v = \sqrt{\frac{2q(U_2-U_1)}{m}}$

- Wenn $v_0 = 0$
- im Allgemeinen ist die Bewegungsrichtung $\neq$ der Feldrichtung
- Nur für $v \ll c_0$

8.1.1 Anwendung: Elektronenspektrometer

Hier wird ein Elektronenstrahl mit der Geschwindigkeit v_0 genau in die Mitte eines Plattenkondensator senkrecht zu den Feldlinien geleitet. Durch das anliegende Feld bewegen sich die Elektronen in einer Bahn auf ein der Platten zu. Wenn nun in einer der Platten ein Detektor für Elektronen angebracht ist, lässt sich durch Variation der Spannung die Geschwindigkeit des Elektronenstrahls bestimmen.

Bahnkurve $y = \frac{qU}{2md}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$

- U Spannung am Kondensator
- d Plattenabstand
- q, m Ladung und Masse des Elektrons

Aufschlagspunkt $L = \sqrt{\frac{md^2v_0^2}{qU}}$

- L Entfernung auf der x-Achse die das Elektron nach Eintritt in den Kondensator zurücklegt, bevor es eine Platte berührt

Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = \sqrt{\frac{qUL^2}{md^2}}$

8.2 Kräfte aus dem Magnetfeld (Lorentz-Kraft)

Kraft $\vec{F} = L\left(\vec{I} \times \vec{B}\right)$

- L Länge des Leiters im Magnetfeld
- $\left\|\vec{F}\right\| = I \cdot B \cdot L \cdot \cos\alpha$ und $\vec{B} \perp \vec{F} \perp \vec{I}$
  - α ist Winkel zischen $\vec{B}$ und $\vec{I}$ (bzw. der Leitung)
  - $L \cdot \cos\alpha$ ist effektive Länge der Leitung im B-Feld (Rechtwinklig dazu)
- Rechte-Hand-Regel
  Daumen x Zeigefinger = Mittelfinger (Angewinkelt)

Kraft pro Teilchen $\vec{F}_q = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

- Richtung von F: bei negativen Ladungen: Rechte-Hand-Regel
  (Daumen x Zeigefinger = Mittelfinger (Angewinkelt));
  bei negativen Ladungen: Linke-Hand-Regel

Bahnradius $r = \frac{mv_\perp}{qB}$

- $v_\perp$ Geschwindigkeitskomponente rechtwinklig zu B
- $v_{||}$ Geschwindigkeitskomponente parallel zu B
- Kreisbahn, wenn $v = \text{const} = v_\perp$ bzw. $v_{||} = 0$
- Schraubenbewegung, wenn $v = \text{const}$ und $v_{||} \neq 0$. $v_{||}$ wird nicht durch $\vec{B}$ beeinflusst.
- Radius wird immer kleiner, wenn v z.B. durch Reibung verringert wird (Spirale)

Ablenkung in Kurzen Feldbereich $\sin\alpha = \frac{l}{r} = \frac{qBl}{mv}$

- α Winkel, um den das Teilchen abgelenkt das Feld wieder verlässt.

8.2.1 Anwendung

- Fernseher
- Massenspektrometer (Materialanalyse - Radius Hängt von Teilchenmasse ab)
- Magnetischer Einschluss (Fusionsreaktoren als Hüllwand)
- Teilchenbeschleuniger (Wie ein Vieleck aufgebaut, in den Ecken wird Teilchen durch Magnetfeld umgelenkt)

9 Impuls

9.1 Impulsgesetz

Impuls $\vec{p} = m\vec{v} = \sqrt{2mE_{kin}}$

Kraft $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Energie $W = \frac{p^2}{m} = \frac{1}{2}mv^2$

Gesamtimpuls $\vec{p}_{ges} = \sum \vec{p}_k$

Impulserhaltung $\vec{p}_{ges} = \text{konstant}$

- Im geschlossenen System. Es dürfen keine Kräfte von/nach Außen wirken ($\vec{F}_{ges} = 0$).
- z.B. bei beschleunigenden Fahrzeugen gehört die Erde mit ins System!!
- Energie darf im System umgewandelt werden.

9.1.1 Raketenantrieb

Schubkraft $F = m\frac{dv}{dt} = v_0\frac{dm_g}{dt}$

- m Masse der Rakete
- m_g Masse des Ausgestoßenen Gases (Treibstoff)
- v_0 Austrittsgeschwindigkeit des Gases (relativ zur Rakete)

Geschwindigkeitsänderung $\Delta v = v_2 - v_1 = -\int_{m_1}^{m_2} v_0 \; dt = v_0 \ln\left(\frac{m_1}{m_2}\right)$

- m_1 Anfangsmasse der Rakete
- m_2 Endmasse der Rakete
- v_0 Austrittsgeschwindigkeit des Gases (relativ zur Rakete)

9.1.2 Strahltriebwerk (Flugzeug)

Schubkraft $F = m_F \frac{dv}{dt} = (v_0 - v)\,\frac{dm_L}{dt} - \alpha v$

- m_F Masse des Flugzeuges
- m_L Masse der beschleunigten Luft
- v_0 Austrittsgeschwindigkeit der Luft im Triebwerk (relativ zum Flugzeug)
- v Geschwindigkeit des Flugzeuges
- α Luftwiderstand

Geschwindigkeit $v\left(t\right) = v_e \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

- $v_e = v_0 \frac{\dot{m_L}}{\dot{m_L} + \alpha}$ Endgeschwindigkeit des Flugzeugs
- $\tau = \frac{v_e m_F}{v_0 \dot{m_L}}$
- $\dot{m_L} = \frac{dm_L}{dt} \approx$ Luft pro Sekunde durch die Triebwerke
- α Luftwiderstand

9.2 Stoßvorgänge

Es gilt die Energie und Impulserhaltung. Potentielle Energie kann meistens vernachlässigt werden, da sich der Stoß meistens innerhalb einer sehr kleinen Räumlichen Ausdehnung abspielt.

Impulsdifferenz $p_2 - p_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\, dt$

Maximalkraft $F_{max} \approx \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t}$

- Annäherung durch Zeitlich unveränderliche Kraft
- Δt Zeitfenster, in dem sich die Geschwindigkeit (Impuls) ändert

Inelastischer Stoß Ein inelastischer Stoß liegt vor, wenn beim Stoßvorgang ein Teil der Impulsenergie in (Verlust-) Wärme umgewandelt wird. Das heißt, das ein Teil der Energie beim Vorgang verloren geht.

Elastischer Stoß $P_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} p_1 \quad P_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} p_1$

- Diese Formel gilt für einen ideal elastischen Stoß, der vorliegt, wenn beim Stoßvorgang keine Impulsenergie in Wärme umgewandelt wird, sondern die komplette Energie den Vorgang als Impuls (Kinetische Energie) wieder verlässt.
- p_1 Impuls der mit dem die Masse $m_1$auf die ruhende Masse m_2 trifft
- $m_1 = m_2 \Rightarrow P_1 = 0 \quad P_2 = p_1$
($m_1$bleibt liegen)
- $m_1 > m_2 \Rightarrow P_2 > P_1 > 0$
(beide bewegen sich in die gleiche Richtung weiter)
- $m_1 < m_2 \Rightarrow P_1 < 0 \quad P_2 > 0$
(m_1 prallt ab, und stößt m_2 ein wenig an)
- $m_1 \ll m_2 \Rightarrow P_1 < -p_1 \quad P_2 = 0$
(m_1 prallt wird reflektiert und m_2 verharrt in Ruhe)

Elastischer Stoß 2-dim $\cos\left(\alpha\right) = \cos\left(\vec{P_1}, \vec{P_2}\right) = \frac{P_2^2}{2P_1P_2}\left(\frac{m_1 - m_2}{m_2}\right)$

- Sagt nur etwas über den Winkel zwischen den Impulsen nach dem Stoß ($\vec{P_1}\vec{P_2}$) aus. Allerdings nicht in Bezug auf den Impuls Vorher.
- gilt nur für Massenpunkte
- $m_1 = m_2 \Rightarrow \alpha = 90°$
- $m_1 > m_2 \Rightarrow \alpha < 90°$ (α ist spitzwinklig)
- $m_1 < m_2 \Rightarrow \alpha > 90°$ (α ist stumpfwinklig)

Explosion $E_{k1}^{(nachher)} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} Q \quad E_{k2}^{(nachher)} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} Q$

- Q bei der Explosion freigesetzte Energie
- $E_{k1}^{(nachher)}$ Energie die das Bruchfragment 1 mit der Masse m_1 nach der Explosion besitzt.
- $m_1 \gg m_2 \Rightarrow E_{k1} \approx 0 \quad E_{k2} \approx Q$

10 Relativitätstheorie

Ab wann relativistisch? 10% Fehler $\rightarrow v \leq \frac{1}{4}c_0 \quad E \leq \frac{1}{10}m_0 c_0^2$

Lichtgeschwindigkeit $c_0 = 2,99793 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

- gilt im Vakuum (sonst kleiner)
- ist in jedem Inertialsystem konstant
  - Ein Inertialsystem ist ein gleichförmig bewegtes also nicht beschleunigtes System.

Geschwindigkeits Additionstheorem $w = \frac{u+v}{1+\frac{u \cdot v}{c_0^2}}$

- u, v zu Addierende Geschwindigkeiten
- für $u \ll c_0$ und $v \ll c_0$ gilt $w = u + v$

10.1 Transformation zwischen Inertialsystemen

- Ein Inertialsystem ist ein gleichförmig bewegtes also nicht beschleunigtes System.

Ein Ereignis habe die Koordinaten $A : (x, t)$ in einem ruhenden System und $B : (x', t')$ im bewegten System.

Galilei-Transformation $x' = x - vt \quad t' = t$

- klassische Transformation (nicht relativistisch)

Lorentz-Transformation

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}} \\ t' &= \frac{t - \frac{v}{c_0^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}} \end{aligned}$$

- relativistisch

Zeitdilatation $t' = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}$

Lorentzkontraktion $x' = x\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}$

10.2 Masse und Energie

(gesamt) Energie $E = mc_0^2$

kinetische Energie $E_{kin} = (m - m_0)\, c_0^2$

Masse $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c_0^2}}}$

Geschwindigkeit $v = c_0\sqrt{1 - \frac{m_0^2}{m^2}}$

Impuls $p = \frac{E_g}{c_0}$

- Wenn $E_g = E_{kin}$ bzw. $m_0 = 0$ (reine Energie)

11 Schwingungen

11.1 Darstellung von Schwingungen

harmonische Schwingung $y = y_0 \cos(\omega t - \phi) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$

- $A = y_0 \cos\phi \quad B = y_0 \sin\phi$

Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$

- $f = \frac{1}{T}$ Frequenz
- T Periodendauer
- $\alpha = \omega t + \phi$ akt. Winkel

11.2 Schwingungstypen

freie Schwingung Schwingkreis schwingt mit Eigenfrequenz ($\omega = \omega_0$)

gedämpfte Schwingung Schwingungsamplitude wird kontinuierlich kleiner ($\omega_d \lessapprox \omega_0$)

erzwungene Schwingung Es wird dem Schwingkreis eine Frequenz Ω vorgegeben (eingeprägt)

- Sonderfall: $\Omega \ll \omega_0 \quad \Omega \gg \omega_0$
- Resonanz: $\Omega \approx \omega_0$

11.3 Allgemeine Schwingung

Differenzialform $\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$

- δ Dämpfungskonstante

  mechanisch $\delta_0 = \frac{R}{2m}$
  - R Reibungskoeffizient
  - m Masse

  elektrisch $\delta_o = \frac{R}{2L}$
  - R Ohmscher Widerstand
- ω_0 Eigenfrequenz

  mechanisch $\omega_o = \sqrt{\frac{D}{m}}$

  elektrisch $\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

Bewegungsgleichung $x(t) = x_0 e^{-\delta t}\cos(\omega_d t)$

- $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 + \delta^2} \approx \omega_0$ gedämpfte Schwingungsfrequenz

11.4 Anharmonische Schwingung

Allgemein $y(t) = y_1 \cos(\omega t) + y_2 \cos(2\omega t) + +y_3 \cos(3\omega t) + \ldots$
Alle periodischen Funktionen lassen sich Mathematisch durch eine Überlagerung von Cosinusschwingungen darstellen.

- Grundschwingung ω
- Oberschwingungen $2\omega, 3\omega, 4\omega, 5\omega, \ldots$
  - sind Charakteristisch für verschiedene Instrumente
- evtl. zuzüglich Grundrauschen

Rechteckschwingung $y_1 = +\frac{4}{\pi} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = -\frac{1}{3}y_1 \quad y_4 = 0 \quad y_5 = +\frac{1}{5}y_1 \quad \ldots$

Amplitudenmodulation $y(t) = \cos(\omega t)\left[1 + \alpha\cos(\omega t)\right] = \cos(\omega t) + \frac{\alpha}{2}\left[\cos((\omega + \Delta\omega)t) + \cos((\omega - \Delta\omega)t)\right]$

- ω Trägerfrequenz
- $\omega \pm \Delta\omega$ Seitenbänder

Schwebung $y(t) = \cos((\omega + \Delta\omega)t) + \cos((\omega - \Delta\omega)t) = 2\cos(\Delta\omega t)\cos(\omega t)$

- Wie Amplitudenmodulation bloß ohne Träger

11.5 Resonanz (erzwungene Schwingung)

Allgemein $\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega_0^2 y = y_0\omega_0^2\cos(\Omega t)$

- Ω eingeprägte Frequenz
- y_0 Amplitude ohne Anregung und Dämpfung

ohne Dämpfung $y(t) = y_r(\Omega)\cos(\Omega t)$

- $y_r(\Omega) = y_0\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \Omega^2}$
- $y(t)$ hat bei Resonanz ω_0 eine Polstelle mit Vorzeichenwechsel (Phasenwechsel)

mit Dämpfung $y(t) = y_r(\Omega, \delta)\cos(\omega t - \phi)$

- $y_r(\Omega, \delta) = y_0\frac{\omega_0^2}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + a\delta^2\Omega^2}}$
- $\omega_r^2 = \omega_0^2 - 2\delta^2 \approx \omega_0^2$ Resonanzfrequenz
- $y_{max} \approx y_0\frac{\omega_0}{2\delta}$ Amplitude bei Resonanz
- $\Delta\omega \approx 2\delta\sqrt{3}$ Halbwertsbreite

12 Wellen

12.1 Grundlagen

Phasengeschwindigkeit $c = \lambda f$

- bzw. Ausbreitungsgeschwindigkeit

Wellenlänge λ

- Beschreibt die räumliche Länge der Welle (von einem Maximum zum nächsten)

Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

- auch Wellenvektor genannt

Wellenformel $y = y_0\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - ct)\right) = y_0\cos(kx - \omega t)$

- x Ortskoordinate deren akt. Auslenkung gefragt ist
- t Zeitpunkt bei dem die akt. Auslenkung gefragt ist

Wellentypen

Transversalwelle $\vec{y} \perp \vec{x}$

- Auslenkung ist Senkrecht zur Ausbreitungsrichtung
- z.B. E-Feld, Seilwellen

Longitudinalwelle $\vec{y} || \vec{x}$

- Auslenkung ist in die gleiche Richtung wie die Ausbreitung
- z.B. Druckwellen (Schallwellen)

Konstanten

Lichtgeschwindigkeit $c_0 \approx 2,9979\ 10^8 \frac{m}{s}$

- im Vakuum

Schallgeschwindigkeit $c_s \approx 331 \frac{m}{s}$

- in Luft bei $0°C$...

Brechungsindex $c = \frac{c_0}{n(\lambda_0)}$

- n ist der von λ_0 Abhängige Brechungsindex

12.1.1 elektromagnetischeWelle

Ausrichtung $\vec{E} \perp \vec{B}$

Zusammenhang $H = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E$

Lichtgeschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$

12.2 Energietransport

Energiedichte $\bar{W}$

Schall $\bar{W} = \frac{1}{2}\left(\rho\omega^2\right) u_0^2$

- ρ Materialkonstante
- u_0 Amplitude

elektromagnetische Welle $\bar{W} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$

Intensität $I = c\bar{W}$

Schall $I = c_{schall} \frac{1}{2}\left(\rho\omega^2\right) u_0^2$

elektromagnetische Welle $I = \frac{1}{2} H_0 E_0$

Kugelwelle $I\left(r\right) = I\left(R\right) \frac{R^2}{r^2}$

- Intensität (Energie) fällt mit $\frac{1}{r^2}$
- Amplitude fällt mit $\frac{1}{r}$

Pointingvektor $\vec{S} = \frac{1}{2}\vec{E}_0 \times \vec{H}_0$

- Hier für el. magn. Feld
- gibt Richtung und Betrag des Energietransportes an
- $I = \left|\vec{S}\right|$

12.3 Ebene Welle

Schwingungsrichtung $\vec{U} = \vec{U}_0 \cos\left(\vec{k}\vec{x} - \omega t\right)$

- $\vec{k}\vec{x}$ spannen eine Ebene auf, auf der die gleiche Schwingungsamplitude vorhanden ist
- feste Zeit: “Momentanaufnahme” / Ortsverteilung (λ) der Welle
- fester Ort: lokale Schwingung (ω bzw f)

Wellenvektor $\vec{k}$

- transversalwelle $\vec{U}, \vec{U}_0 \perp \vec{k}$
- longitudinalwelle $\vec{U}, \vec{U}_0 || \vec{k}$

12.4 Stehende Welle

Wellengleichung $y = y_0 \underbrace{\cos(kx)}_{Form} \underbrace{\cos(\omega t)}_{Schwingung}$

- entsteht durch Reflexion der Welle und anschließender Überlagerung
- Reflexion am offenen Ende: Kein Phasensprung / gerade Anzahl + $\frac{1}{2}$ von Bäuchen passen in den Resonanzbereich
  - $\lambda = \frac{2L}{n} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$
- Reflexion am geschlossenen Ende: Mit Phasensprung / gerade Anzahl von Bäuchen passen in den Resonanzbereich

Abstrahlungswinkel Ist proportional zu Öffnungsdurchmesser dividiert durch die Wellenlänge

12.5 Interferenz

$U_1 = U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad U_2 = U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \Delta x\right)$

Allgemein $(U_1 + U_2) = \underbrace{2U_0 \cos\frac{\Delta\varphi}{2}}_{Amplitude(\Delta\varphi)} \underbrace{\cos(kx - \Delta\varphi)}_{verschobene\ Welle}$

- $k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$
- Überlagerung von 2 Wellen, Verstärkung und Auslöschung bilden im allgemeinen kompliziertes Muster.
- Speziell: gleiches λ, gleiches $f \Rightarrow$ Verschiebung um Δx
  - $\Delta x = n\lambda \Rightarrow$ Verstärkung
  - $\Delta x = (2n + 1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$ Auslöschung

Doppelquelle Verstärkung für: $d \sin\gamma = n\lambda$

- d Abstand der Quellen
- γ Ausfallwinkelwinkel aus der Doppelquelle relativ zu ihrer Mittellinie (geht senkrecht durch die Mitte der Verbindungsline der Quellen)
- $d > \lambda$ (aber nicht unbedingt viel)

12.6 Interferometer

Normales Licht statistische Emission, viele Atome geben gleichmäßiges Mittel

Laser Emissionen aus Atomes synchronisiert: Licht blitze "kohärent"

Michelson Interferometer Ein Laserstrahl wird in zwei Hälften durch einen halbdurchlässigen Spiegel aufgeteilt (rechtwinklig zueinander) diese durchlaufen zwei verschiedene Wege, und werden wieder vereinigt (zur Interferenz gebracht). Hier kann man nun Änderungen / Unterschiede in den Längen in den beiden Wegen feststellen (sehr genau Messen).

12.7 Doppler Effekt

bewegter Empfänger $f = f_0\left(1 \mp \frac{v}{c}\right)$

- wenn $v \ll c$
- Zunahme bei "aufeinander zu"
- Abnahme bei "voneinander weg"

bewegter Sender $f \approx f_0\left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$

- wenn $v \ll c$
- Zunahme bei "aufeinander zu"
- Abnahme bei "voneinander weg"

12.7.1 Sternbewegung

Geschwindigkeit Parallel zur Erde kann gemessen werden, in dem die Verschiebung des Spektrums des Sternenlichts relativ zu einem Eichspektrum gemessen wird.

Blauverschiebung (zu kürzeren Wellenlängen hin) $\Rightarrow$ Bewegung auf uns zu
Rotverschiebung (zu längeren Wellenlängen hin) $\Rightarrow$ Bewegung von uns weg

Hubble-Konstante $v = H_0 r$

- v Entfernungsgeschwindigkeit
- r Entfernung
- Hubble (für Galaxien): Alle Galaxien bewegen sich von uns weg
- daraus: Urknall vor ca. 15 Milliarden Jahren

12.8 Exkursion: Aufbau des Weltalls

12.8.1 Parallaxe

Es wird der unterschiedliche Betrachtungswinkel eines Sterns von verschiedenen Standorten aus gemessen (Erde im Sommer / Winter). Angegeben wird der Winkel der "Betrachtungsstrahlen" relativ zu deren Mittellinie.

Fall $\gamma = 1'' \Rightarrow d = 3,3$ Licht-Jahre (LJ) = 1Parsec (Paralaxesekunde) (" = Bogen Sekunde)

Messgenauigkeit liegt bei ca. $0,01'' = 100$ Parsec

12.8.2 Milchstraße

Anzahl Sterne 10^{11}

Durchmesser $150.000 LJ$

Dicke $15.000 LJ$

Anzahl Galaxien ca.$\approx 10^{11}$

12.9 Beugung

Beugung entspricht Interferenz an passiven "Quellen" (Kanten, Öffnungen)

Huygens-Prinzip jeder von einer Welle getroffene Punkt im Raum ist Ausgangspunkt einer Kugelwelle

Auflösungsgrenze $\varepsilon \geq \frac{0,6\lambda}{n \sin\alpha} \gtrapprox \frac{\lambda}{2}$

- ε kleinste beobachtbare Abstand
- n Brechungsindex des Materials zwischen Objekt und Objektiv
- $n \sin\alpha$ numerische Aperatur (NA)
- α Halber Öffnungswinkel der ersten Linse relativ zu einem betrachteten Punkt.
- Dadurch: Mikroskope mit mehr als 2000x machen kaum Sinn (mit regulärer Optik)

12.9.1 Beugungsgitter

Gitter mit Streifen (undurchlässig) der Breite d und sehr schmalen Zwischenräumen (durchlässig).

- Verstärkung bei $d \sin\vartheta = n\lambda$
  - ϑ Winkel der Strahlen relativ zur Gitter normalen
  - n Gitteröffnungen
- Hauptmaxima haben $n - te$ Ordnung, wobei die Mitte die 0-te Ordnung hat.
- Intensität ist $\approx N^2$
- Breite der Maxima $\approx \frac{1}{N}$

13 Wellen und Quanten

13.1 Thermische Strahlung

Konstanten

Plank Konstante $h = 6,63 * 10^{-34} Js$

Plank Konstante H-Quer $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054 * 10^{-34} Js$

Bolzmann Konstante $k_B = 1,38 * 10^{-23} \frac{J}{K}$

Stefan-Bolzmann-Konstante $\sigma = 5,67 * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

Strahlungsleistung $\Delta S = I_\lambda d\lambda = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$

- $[\Delta S] = \frac{W}{m^2}$
- Strahlungsleistung in kleinem Frequenzbereich
- Formel nur für den Hohlraumstrahlung (Schwarze Strahlung, Plancksche Strahlung) korrekt, reale Strahlung liegt darunter.

Spektrale Strahlungsdichte $\Delta S = I_\lambda \Delta\lambda$

Intensitätsverteilung I_λ $[I_\lambda] = \frac{W}{m^3}$

Wiensches Verschiebungsgesetz $\lambda_{max} T = 2,9 * 10^{-3} mK$

- Maximum der Strahlungsintensität bei gegebener Temperatur

Kirchhoff Emission(λ) $\sim$ Absorption(λ)

Energie-Quant $E = \frac{hc}{\lambda} = hf = \hbar\omega$

- Energie eines Photons mit entsprechender Wellenlänge

Strahlung $S = \epsilon\sigma T^4$ $[S] = \frac{W}{m^2}$

- pro strahlender Fläche
- ϵ Emissionsvermögen
  - $\epsilon = 1$ idealer Strahler
  - $0 \leq \epsilon < 1$ realer Strahler

Leistung $P = AS = A\epsilon\sigma T^4$ $[P] = W$

- insgesamt Leistung

schwarze Temperatur idealer Strahler mit gleicher Ausstrahlung (gesamt) wie realer Strahler $T_{schw} < T_{real}$

Farbtemperatur Vergleich der realen Lichtquelle (z.B. Leuchtstoffröhre) bei speziellen Temperaturen mit Idealem Strahler: Farbtemperatur T_F

13.2 Welle und Teilchen

Photonen / Lichtquant $E = h\ f$

- f Frequenz des Lichts

Quantenimpuls $p = \frac{h}{\lambda}$

Welle / Teilchendualismus bei niedrigen Frequenzen (Radio) verhalten sich Photonen eher wie Wellen, bei hohen eher wie Teilchen (γ-Quant)

Materiewelle $E_{kin} = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$

- auch genannt *de Brolie Welle*

Wellenfunktion $\Psi(x, y, z, t)$

- dies ist einfachster Fall: ebene Welle $\Psi = \Psi_0 \cos(kx - \omega t)$
- $k = \frac{\hbar}{p}$

Aufenthaltswarscheinlichkeit $\Delta W = |\Psi|^2 \ \Delta x$

- Aufenthaltswarscheinlichkeit im Bereich Δx

14 Automaufbau

14.1 Bohr'sches Atom-Modell

Bohrscher Radius $r_0 = \left(\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}\right) = 5,3 * 10^{-11} m$

- Entspricht Radius der Elektronenbahn im H-Atom (Wasserstoff)

Rydberg-Energie $E_r = \left(\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\right) = 2,18 * 10^{-18} J = 13,6\ eV$

14.1.1 Ein-Elektronen System

Hat genau ein Elektron, und beliebig viele Protonen.

Radius $r_n = \frac{1}{Z_0} r_0 n^2$

Bindungsenergie $E_n = -Z^2 E_r \frac{1}{n^2}$

Hauptquantenzahlen $n = 1, 2, 3, \ldots$

14.1.2 Energie-Niveau-Schema

Auf der Y-Achse werden die verschiedenen Energien in Abhängigkeit von n aufgetragen. Um ein Elektron zu befreien (das Atom zu Ionisieren) muss ihm genügend Energie zugeführt werden, um es über die X-Achse zu befördern. Die überschüssige Energie ist dann als Impuls vorhanden. Um ein Elektron von einer Orbitale zu einer Anderen zu bringen (Änderung des n's), muss ihm *genau* diese Energiemenge zugeführt werden, bzw. es gibt dies in Form eines Photonenquants (Licht) ab.

Energiezufuhr/abgabe $\delta_E = |E_m - E_n|$

14.2 Energie-Übergänge

Energieaufnahme/Abgabe $\Delta E = |E_n - E_m|$

Speziell Licht Absorption / Emission

- $\Delta E = hf$
- Frequenz $f = \frac{\Delta E}{h}$
- Wellenlänge $\lambda = \frac{hc}{E}$

Ein Elektronen System $H, He^+, Li^{++}, \ldots$

- $\Delta E = Z^2 E_R \left|\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right|$
- $f = Z^2 f_R \left|\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right|$

Rydbergfrequenz $f_r = \frac{E_R}{h} = 3,25 * 10^{15} \frac{1}{s}$

14.3 Röntgenstrahlung

Wellenlänge $\lambda = \frac{c}{f} =\geq \frac{hc}{eU_0}$

- U_0 Beschleunigungsspannung

Grenzwellenlänge $\lambda_{gr} = \frac{hc}{eU_0}$

Bremsstrahlung $\lambda \geq \lambda_{gr}$

- kontinuierlich, alle Wellenlängen größer als λ_{gr} kommen vor

K_L**Strahlung** $f_{K_L} = (z-1)^2 f_R \frac{3}{4}$

15 Physik der Gase

15.1 Wärme-Energie / Temperatur

Energiezufuhr $Q = C_W \ m \ \Delta T$

- C_W spezifische Wärmekapazität
  - ist anhängig von akt. Temperatur (Phasenzustand: Fest, flüssig, Gas)
- ΔT Temperaturänderung

absolute Temperatur $T = (273 + t°C) \, [Kelvin]$

15.2 Atome und Moleküle

Molekül besteht aus ≥2 Atomen

- Massenzahl $A_{eff} = \sum A_n$ (Summe der Einzelmassen)

1 mol Menge Material (Gas) mit A g Masse

Avogadro Konstante $N_0 = 6,023 * 10^{23} \frac{1}{mol}$

- Anzahl Molekühle pro Mol (bei allen Gasen immer gleich)

Wärmeenergie entspricht Bewegungsenergie

absoluter Nullpunkt Atome sind (fast) völlig in Ruhe (T = 0 K)

ideales Gas

- keine Bindung, frei herumfliegend
- nur elastische Stöße (vor allen an Wänden)
- punktförmig
- reale Gase sind fast ideal für $T \gg T_{sieden}$

15.3 Innere Energie

Kinetische Energie $E_k = \frac{1}{2} K_B T$

- pro Molekül und Freiheitsgrad (Gleichverteilungssatz)

Freiheitsgrade f

z.B.	Translation	Rotation	Gesamt
einatomig	**3**	**-**	**3**
linear(N_2, CO_2)	**3**	**2**	**5**
dreidim. (H_2O)	**3**	**3**	**6**

Innere Energie $U = Nf\frac{1}{2}K_BT = \frac{1}{2}nfRT$

- f Anzahl der Freiheitsgrade
- $N = nN_0$
- n Anzahl der mol

Gaskonstante $R = N_0k_b = 8,134\frac{J}{mol\ K}$

15.4 Zustandsgleichung des (idealen) Gases

Druck $p = \frac{F}{A}$

- Kraft pro Fläche (senkrecht zur Kraft)
- $[p] = Pascal = Pa = \frac{N}{m^2}$
- $1Bar = 10^5Pa$
- Normaldruck bei $0^\circ C$ auf Meereshöhe (im Mittel) $p_0 = 1,013\ bar$
- 750 mm Quecksilbersäule = 1 bar
- 10 m Wassersäule = 1 bar

Zustandsgleichung $pV = NK_BT = nRT$

- n Anzahl mol an Gaß
- N Anzahl Molekühle

pV-Diagramm Ist ein Diagramm der Zustandsgleichung mit V auf der X-Achse, p auf der Y-Achse, und die verschiedenen T Werte als Kurvenschaar aufgetragen.

Isotherme Weg im pV-Diagramm mit T =constant

Isochore Weg im pV-Diagramm mit V =constant

Isobare Weg im pV-Diagramm mit p =constant

Normalvolumen $V_0 = \frac{RT_0}{P_0} = 22,4 * 10^{-3}\frac{m^3}{mol}$

Normalthemperatur $0^\circ C = 273,15\ K$

Normalmolzahl $N_0 = 6,022 * 10^{23}\frac{1}{mol}$

16 Thermodynamik

16.1 Mechanische Arbeit

Energie $W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p\ dV$

- Isobare (o = constant) $W = p\,(V_2 - V_1)$
- Isobore (V = constant) $W = 0$
- Isotherme (T = constant) $W = nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

16.2 Energieerhaltung

Bezüglich Wärmeenergie, innere Energie, mechanische Arbeit

1. Hauptsatz $Q = \Delta U + W$

- $+Q =$ Heizen
- $-Q =$ Kühlen
- $+W =$Arbeit nach Außen (Expansion)
- $-W =$Arbeit nach Innen (Kompression)
- $W = 0$ für Isochor
- $\Delta U = 0$ für Isotherm
- $\Delta Q = 0$ abiatisch: keine Zufuhr / abgabe von Wärme
  - $W = -\Delta U = -n\frac{f}{2}R\,(T_2 - T_1)$
  - $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}$
  - $\varkappa = \frac{f+2}{f}$
  - $f =$ Anzahl Freiheitsgrade des Gases

16.3 Wärme Kraftmaschine

Wirkungsgrad $\eta_{real} < \eta_{theoretisch} \leq \eta_{ideal} < 1$

Wirkungsgrad $\eta = \frac{\text{Nutzen } W}{\text{Aufwand } Q^+}$

- W gewonnene Arbeit
- Q^+ zugeführte Wärmeenergie
- Q^- Kühlung (lästig, aber nicht vermeidbar)
- $Q^+ + Q^- = W =$von Weg im pV-Diagramm eingeschlossene Fläche

idealer Wirkungsgrad $\eta_{ideal} = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}}$

- idealer Stirlingmotor: Arbeitet auf Isothermen mit Isochoren als Flanken
- idealer Carnot: Arbeitet auf Isothermen mit Abiabaten als Flanken

16.4 Kreisprozesse

4-Tack-Motor $\eta_{theoretisch} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

- T_1 und T_2 sind die Temperaturen der oberen Abiabate
- Arbeitet auf Abiabaten mit Isochoren als Flanken

Wärmekraft-Maschine

- Kühlmaschine (-schrank)
- Wärmepumpe

Index