Vorbereitung Grundpraktikum für Physiker
Versuch M4 - Elastischer Stoß

Marco Möller <Marco.Moeller@gmxpro.de>
Matrikel Nummer: 1282445

20. Dezember 2004

1 Herabrollen der Kugel ohne Stoß

Durch den Energieerhaltungssatz lässt sich die Geschwindigkeit der Kugel 1 am Ende der Rampe bestimmen

$$E_{pot} = m_1 g\ h \tag{1}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v_1^2 \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
\Theta &= \frac{2}{5} m_1 r_1^2 &(3)\\
\omega_1 &= \frac{v_1}{r_1} &(4)\\
E_{rot} &= \frac{1}{2}\Theta\omega_1^2 &(5)\\
&= \frac{1}{2}\frac{2}{5} m_1 r_1^2 \left(\frac{v_1}{r_1}\right)^2 &(6)\\
&= \frac{m_1}{5} v_1^2 &(7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{pot} &= E_{kin} + E_{rot} &(8)\\
m_1 g\ h &= \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{m_1}{5} v_1^2 &(9)\\
gh &= v_1^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) &(10)\\
gh &= v_1^2 \frac{7}{10} &(11)\\
v_1 &= \sqrt{\frac{10gh}{7}} &(12)
\end{aligned}$$

Dies lässt sich in die gefragte Translationsgeschwindigkeit ω_1 umrechnen (Kugelradius r_1)

$$\begin{aligned}
\omega_1 &= \frac{v_1}{2\pi r_1} &(13)\\
&= \frac{\sqrt{\frac{10gh}{7}}}{r_1} &(14)
\end{aligned}$$

Diese Geschwindigkeit sorgt dafür, das die Kugel in einer gewissen Entfernung s_1 zur Rampe landen müsste. Dazu bestimme ich als erstes die Flugdauer $t_1$mit dieser und der Höhe der Rampe H_r(für stoßende Kugel, sonst H) folgt dann

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{1}{2}gt_1^2 &(15)\\ t_1 &= \sqrt{\frac{2H_r}{g}} &(16)\\ t_2 &= \sqrt{\frac{2H}{g}} &(17)\\ s_1 &= t_1v_1 &(18)\\ s_2 &= t_2u_2 &(19)\\ &= \sqrt{\frac{2H_r}{g}}\sqrt{\frac{10gh}{7}} &(20)\\ &= 2\sqrt{\frac{5H_rh}{7}} &(21) \end{aligned}$$

Ab nun betrachten wir das System mit Reibeverlsuten während der Rolldauer behaftet. Der Energieverlust durch Reibung lässt sich aus s wie folgt herleiten (beachte $t_1/\ t_2$ ist hierbei konstant)

$$E_{ges} = E_{pot} = E_{kin} + E_{rot} + E_{Reibung} \qquad (22)$$

$$\begin{aligned} E_{Reibung} &= E_{pot} - E_{kin} - E_{rot} &(23)\\ E_{reibung} &= E_{pot} - (E_{kin} + E_{rot}) &(24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{E_{Reibung}}{E_{gesamt}} &= \frac{E_{pot} - (E_{kin} + E_{rot})}{E_{pot}} &(25)\\ &= 1 - \frac{E_{kin} + E_{rot}}{E_{pot}} &(26)\\ &= 1 - \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{m_1}{5}v_1^2}{m_1gh} &(27)\\ &= 1 - \frac{v_1^2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)}{gh} &(28)\\ &= 1 - \frac{7s_1^2}{10t_1^2gh} &(29)\\ &= 1 - \frac{7s_1^2}{10\ \frac{2H_r}{g}gh} &(30)\\ &= 1 - \frac{7s_1^2}{20H_rh} &(31) \end{aligned}$$

Die Stoßzahl ε beim Zentralen Stoß bestimmt man mit $\varepsilon = 2\frac{u_2}{v_1} - 1$. Sei s_1 die Reichweite der Kugel 1 ohne Stoß, und s_2 die Reichweite der Kugel 2 mit Zentralen Stoß

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 2\frac{u_2}{v_1} - 1 &(32)\\ &= 2\frac{s_2t_1}{s_1t_2} - 1 &(33)\\ &= 2\frac{s_2}{s_1}\sqrt{\frac{H_r}{H}} - 1 &(34) \end{aligned}$$

2 Auswertung

2.1 Stoßwinkel zu $P = \pm 8mm$

$$P = (r_1 + r_2)\sin\beta \tag{35}$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{P}{r_1 + r_2}\right) \tag{36}$$

2.2 geschwindigkeiten nach dezentralen Stoß

$$u_2(\beta) = \frac{1+\varepsilon}{m_1 + m_2} m_1 v_1 \cos\beta \tag{37}$$

$$\frac{s_2(\beta)}{t_2} = \frac{1+\varepsilon}{m_1 + m_2} m_1 \frac{s_1}{t_1} \cos\beta \tag{38}$$

$$s_2(\beta) = \frac{1+\varepsilon}{m_1 + m_2} m_1 s_1 \cos\beta \frac{t_2}{t_1} \tag{39}$$

$$= \frac{1+\varepsilon}{m_1 + m_2} m_1 s_1 \cos\beta \sqrt{\frac{H}{H_r}} \tag{40}$$

2.3 Radius Geschwindigkeitskreis

$$\max s_2 = \frac{1+\varepsilon}{m_1 + m_2} m_1 s_1 \sqrt{\frac{H}{H_r}} \tag{41}$$

$$r_{s_2} = \frac{1+\varepsilon}{m_1 + m_2} m_1 \frac{s_1}{2} \sqrt{\frac{H}{H_r}} \tag{42}$$