

Hausaufgaben Rechenmethoden zur Physik

Blatt 1

Marco Möller <Marco.Moeller@gmxpro.de>
Matrikel Nummer: 1282445

20. Dezember 2004

1 Aufgabe H1

1.1 $\Delta\vec{s}$ gezeichnet - siehe Anhang

1.2 $\Delta\vec{s}$ gerrechnet

$$\begin{aligned}\Delta\vec{s} &= \Delta\vec{s}_1 + \Delta\vec{s}_2 + \Delta\vec{s}_3 + \Delta\vec{s}_4 + \Delta\vec{s}_5 + \Delta\vec{s}_6 \\ &= \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0,5 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2,5 \\ -1,5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0,5 \\ 5,5 \end{pmatrix} \right) km \\ &= \begin{pmatrix} 9,5 \\ 5 \end{pmatrix} km\end{aligned}$$

1.3 Länge der Wege

Die Länge des Gesamtweges l und die Länge der direkten Verbindung $|\Delta\vec{s}|$ sind

$$\begin{aligned}l &= \sum_{i=1}^6 |\Delta\vec{s}_i| \\ &= 23,1 km \\ |\Delta\vec{s}| &= \sqrt{9,5^2 + 5^2} km \\ &= 10,7 km\end{aligned}$$

1.4 Winkelabweichung

Dies lässt sich mit Hilfe des Skalarprodukts berechnen

$$\begin{aligned}\cos(\alpha) &= \frac{\Delta\vec{s}_1 \Delta\vec{s}}{|\Delta\vec{s}_1| |\Delta\vec{s}|} \\ \alpha &= \arccos\left(\frac{2 * 9,5 + 3 * 5}{3,61 * 10,7}\right) \\ \alpha &= 28,3^\circ\end{aligned}$$

2 Aufgabe H2

2.1 Koordinaten der Eckpunkte

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$P_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$P_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$P_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$P_6 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$P_7 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$P_8 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Skizze siehe Anhang!

2.2 Flächendiagonalen

Dies sind P_5, P_6, P_7 mit jeweils der Länge $\sqrt{2}$. Sie schließen alle zueinander einen Winkel von $\alpha = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}\right) = 60^\circ$ ein.

2.3 Raumdiagonale

Die Raumdiagonale endet in Punkt P_8 und hat die Länge $\sqrt{3}$. Sie schließt mit den Koordinatenachsen jeweils einen Winkel von $\beta = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 54,7^\circ$ und mit den Flächendiagonalen $\gamma = \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{2}\sqrt{3}}\right) = 35,3^\circ$ ein.

3 Aufgabe H3

3.1 Winkel und Geschwindigkeit

Der Schwimmer muss um gerade vorwärts zu kommen permanent gegen die Strömung anschwimmen, und zwar mit der Geschwindigkeit $-v_F$. Alles was er an zusätzlicher Geschwindigkeit besitzt,

bringt ihn näher ans andere Ufer. Er muss also mindestens die Geschwindigkeit v_F besitzen.

$$\begin{aligned}
 \vec{v}_S &= \begin{pmatrix} v_F \\ y \end{pmatrix} \\
 v_S &= \sqrt{y^2 + v_F^2} \\
 y &= \sqrt{v_S^2 - v_F^2} \\
 \tan \alpha &= \frac{y}{v_F} \\
 \alpha &= \arctan\left(\frac{y}{v_F}\right) \\
 &= \arctan\left(\frac{\sqrt{v_S^2 - v_F^2}}{v_F}\right) \\
 &= \arctan\left(\sqrt{\frac{v_S^2 - v_F^2}{v_F^2}}\right) \\
 &= \arctan\left(\sqrt{\frac{v_S^2}{v_F^2} - 1}\right)
 \end{aligned}$$

3.2 Überquerungsdauer

Der schwimmer kommt nur durch die y Komponente von \vec{v}_s vorwärts, d.h. das nur diese in die Berechnung der Schwimmzeit hineinfließen.

$$\begin{aligned}
 s &= yt \\
 t &= \frac{s}{y}
 \end{aligned}$$

3.3 Lage von Punkt C

Hierfür bietet es sich an, zuerst die Überquerungsdauer (von A nach C) t auszurechnen

$$t = \frac{s}{v_s}$$

Während dieser Zeit wird der Schwimmer mit der Geschwindigkeit v_F weiter Flussabwärts getrieben, d.h. der Punkt C liegt l von B entfernt

$$\begin{aligned}
 l &= t v_F \\
 &= \frac{v_F}{v_s} t
 \end{aligned}$$

3.4 Überquerungsdauer mit Umweg

Hier kann ich die Zeit t aus 3.3 übernehmen und zusätzlich die Zeit hinzuaddieren, die benötigt wird, um von C nach B zu gelangen. Dies wird mit einer Geschwindigkeit von $v_s - v_F$ relativ zum Ufer erfolgen also

$$\begin{aligned}
 t_{ges} &= t + (v_s - v_F) l \\
 &= t \left(1 + (v_s - v_F) \frac{v_F}{v_s}\right) \\
 &= \frac{s}{v_s} \left(1 + (v_s - v_F) \frac{v_F}{v_s}\right) \\
 &= \frac{s}{v_s} + \frac{sv_F}{v_s} - \frac{sv_F^2}{v_s^2}
 \end{aligned}$$