Hausaufgaben Rechenmethoden zur Physik
Blatt 2

Marco Möller <Marco.Moeller@gmxpro.de>
Matrikel Nummer: 1282445

20. Dezember 2004

1 Aufgabe - H4

1.1 a)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2*1-2*3 \\ 3*3-1*1 \\ 1*2-3*2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1*4-(-2)*(-2) \\ -2*(-2)-1*4 \\ 1*(-2)-1*(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3*3-3*3 \\ 3*(-1)-1*3 \\ 1*3-(-1)*3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

1.2 b)

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a+b \\ a-b \\ a+b \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a-b \\ a+b \\ a-b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} (a-b)^2-(a+b)^2 \\ (a+b)(a-b)-(a+b)(a-b) \\ (a+b)^2-(a-b)^2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a^2-2ab+b^2-\left(a^2+2ab+b^2\right) \\ 0 \\ a^2+2ab+b^2-\left(a^2-2ab+b^2\right) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -4ab \\ 0 \\ 4ab \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ a \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ -a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2a^2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2 Aufgabe - H5

2.1 a)

$$\sum_{ij} \varepsilon_{ijm}\varepsilon_{ijn} = \delta_{mn}$$

Es kann nur Beitrage von ε_{ijx} geben, wenn $m = n$ ist, und dann auch nur genau einen. Dieser könnte zwar auch negativ sein, da er aber doppelt vorkommt wird er wieder positiv.

2.2 b)

$$\sum_{ijk} \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijk} = \sum_{ijk} |\varepsilon_{ijk}| = 6$$

Es gibt insgesamt 3 Permutationen von $(1, 2, 3)$ und 3 von $(3, 2, 1)$.

3 Aufgabe - H6

3.1 a)

$\vec{a} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ist aus Zeichnung bekannt. Über das Skalarproduckt erhalten wir: $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \left|\vec{b}\right| \cos 60° = \frac{1}{2}a^2 = ab_x \Rightarrow b_x = \frac{1}{2}a$. Durch die bekannte Länge von $\vec{b}$ bekommen wir: $\left|\vec{b}\right|^2 = a^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + b_y^2 \Rightarrow b_y = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. Also gilt: $\vec{b} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a \\ \frac{\sqrt{3}}{2}a \\ 0 \end{pmatrix}$ Der Vektor $\vec{c}$ lässt sich auf ähnliche Weise bestimmen: $\vec{a}\vec{c} = |\vec{a}| |\vec{c}| \cos 60° = \frac{1}{2}a^2 = ac_x \Rightarrow c_x = \frac{1}{2}a$. Außerdem $\vec{b}\vec{c} = \left|\vec{b}\right| |\vec{c}| \cos 60° = \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}ac_y \Rightarrow c_y = \frac{\sqrt{3}}{6}a$. Nun noch über die Länge: $|\vec{c}|^2 = a^2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{3}{36}a^2 + c_z^2 \Rightarrow c_z = \sqrt{\frac{2}{3}}a$. Damit haben wir: $\vec{c} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a \\ \frac{\sqrt{3}}{6}a \\ \sqrt{\frac{2}{3}}a \end{pmatrix}$

3.2 b)

$$\begin{aligned} \left|\vec{a} - \vec{b}\right| &= a\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = a \\ |\vec{a} - \vec{c}| &= a \\ \left|\vec{b} - \vec{c}\right| &= a \end{aligned}$$

Dies muss so sein, da die Seitenflächen Gleichseitige (Gleichwinklige) Dreiecke bilden.

3.3 c)

Diese berechnen sich wie folgt:

$$\begin{aligned}
\vec{e}_{n_{ab}} &= -\frac{\vec{b}\times\vec{a}}{\left|\vec{b}\times\vec{a}\right|} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\
\vec{e}_{n_{bc}} &= \frac{\vec{c}\times\vec{b}}{\left|\vec{c}\times\vec{b}\right|} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix} \\
\vec{e}_{n_{ac}} &= \frac{\vec{a}\times\vec{c}}{|\vec{a}\times\vec{c}|} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{3} \\ -\frac{\sqrt{2}}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

3.4 d)

$$\begin{aligned}
|\vec{e}_{n_{ab}} - \vec{e}_{n_{ac}}| &= a \\
|\vec{e}_{n_{ab}} - \vec{e}_{n_{bc}}| &= a \\
|\vec{e}_{n_{ac}} - \vec{e}_{n_{bc}}| &= a
\end{aligned}$$

Dies muss so sein, da die Seitenflächen Gleichseitige (Gleichwinklige) Dreiecke bilden.

3.5 e)

Das sind 4 Flächen mit jeweis dem Flächeninhalt $\frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{2} = a^2\frac{\sqrt{3}}{4}$. Also $O = a^2\sqrt{3}$.