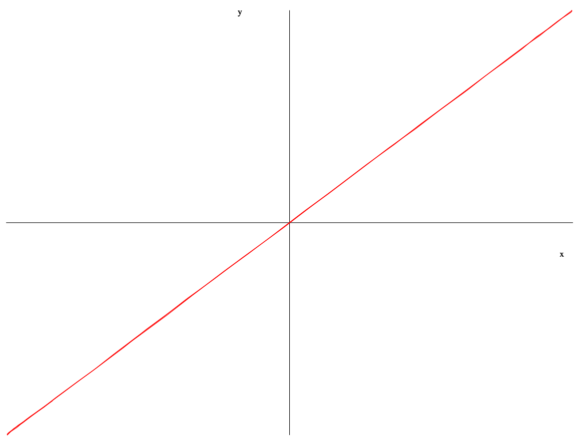
Hausaufgaben Rechenmethoden zur Physik
Blatt 3

Marco Möller <Marco.Moeller@gmxpro.de>
Matrikel Nummer: 1282445

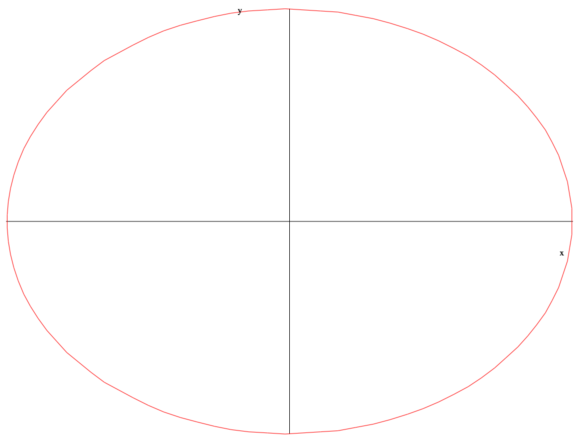
20. Dezember 2004

1 Aufgabe - H7

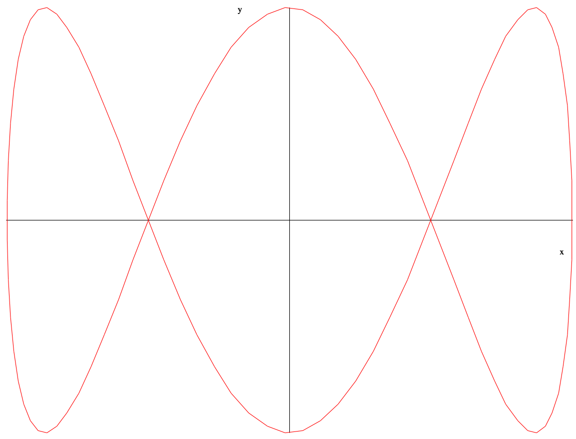
1.1 i)



1.2 ii)



1.3 iii)



2 Aufgabe - H8

2.1 a)

$$
\begin{aligned}
\vec{r}\,(t) &= \begin{pmatrix} R\cos(\omega t) \\ R\sin(\omega t) \\ v_z t \end{pmatrix} \\
\vec{v}\,(t) = \frac{d\vec{r}\,(t)}{dt} &= \begin{pmatrix} -R\omega\sin(\omega t) \\ R\omega\cos(\omega t) \\ v_z \end{pmatrix} \\
\vec{a}\,(t) = \frac{d^2\vec{r}\,(t)}{dt^2} &= -R\omega^2 \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
v &= \sqrt{R^2\omega^2\sin^2(\omega t) + R^2\omega^2\cos^2(\omega t) + v_z^2} \\
&= \sqrt{R^2\omega^2 + v_z^2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a &= R\omega^2\sqrt{\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)} \\
&= R\omega^2
\end{aligned}
$$

$T = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 = \frac{1}{2}m\,|\vec{v}|^2$ bleibt konstant über die zeit, da auch $|\vec{v}|$ und m zeitlich konstant sind.

2.2 b)

Durch gleichsetzen von verschiedenen gleichungen unter der Annahme das $\vec{B} = ()$ kann man folgende Gleichungen aufstellen:

$$
\begin{aligned}
\vec{F} &= m\vec{a} \\
&= -mR\omega^2 \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \\
\vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} \\
&= q \begin{pmatrix} v_y B_z - B_y v_z \\ v_z B_x - B_z v_x \\ v_x B_y - B_x v_y \end{pmatrix} \\
&= q \begin{pmatrix} R\omega\cos(\omega t) B_z - B_y v_z \\ v_z B_x + B_z R\omega\sin(\omega t) \\ -R\omega\sin(\omega t) B_y - B_x R\omega\cos(\omega t) \end{pmatrix} \\
&= q \begin{pmatrix} R\omega\cos(\omega t) B_z - B_y v_z \\ v_z B_x + B_z R\omega\sin(\omega t) \\ -R\omega(\sin(\omega t) B_y + B_x\cos(\omega t)) \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

Dies lässt sich nur lösen, wenn $B_x = B_y = 0$ und $B_z \neq 0$ ist, womit gezeigt ist, das $\vec{B}$ nur in z Richtung zeigt.

2.3 c)

Ganz allgemein kann man die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{v}$ auch so ausdrücken: $\vec{a} = \vec{a}\vec{e}_t + \vec{a}\vec{e}_n + \vec{a}\vec{e}_b$ und $\vec{v} = \vec{v}\vec{e}_t + \vec{v}\vec{e}_n + \vec{v}\vec{e}_b$ Im detail sieht das wie folgt aus:

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= |\vec{v}|\,\vec{e}_t + 0\vec{e}_n + 0\vec{e}_b \\
&= \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}\vec{e}_t + 0\vec{e}_n + 0\vec{e}_b \\
\vec{a} &= (\vec{a}\vec{e}_t)\,\vec{e}_t + \vec{a}\frac{\vec{v} \times (\vec{a} \times \vec{v})}{|\vec{v} \times (\vec{a} \times \vec{v})|}\vec{e}_n + 0\vec{e}_b \\
&= \frac{(a_x v_x + a_y v_y + a_z v_z)}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}\vec{e}_t + \ldots\vec{e}_n + 0\vec{e}_b
\end{aligned}$$

2.4 d)

gerechnet mit CAS gerrechnet:

$$\lambda\vec{e}_t = \vec{v} = \begin{pmatrix} -R\omega\sin(\omega t) \\ R\omega\cos(\omega t) \\ v_z \end{pmatrix}$$

$$\lambda\vec{e}_n = \vec{v} \times (\vec{a} \times \vec{v}) = \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda\vec{e}_b = \vec{v} \times (\vec{v} \times (\vec{a} \times \vec{v})) = \begin{pmatrix} -v_z\sin(\omega t) \\ v_z\cos(\omega t) \\ -R\omega \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = |\vec{v}|\,\vec{e}_t + 0\vec{e}_n + 0\vec{e}_b$$

$$\vec{a} = 0\vec{e}_t + |\vec{a}|\,\vec{e}_n + 0\vec{e}_b$$