

Hausaufgaben Rechenmethoden zur Physik

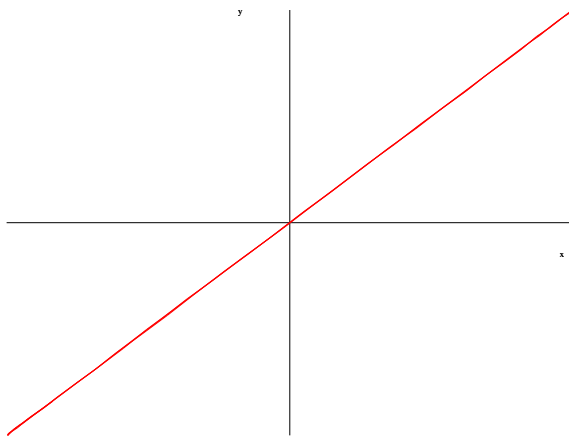
Blatt 3

Marco Möller <Marco.Moeller@gmxpro.de>
Matrikel Nummer: 1282445

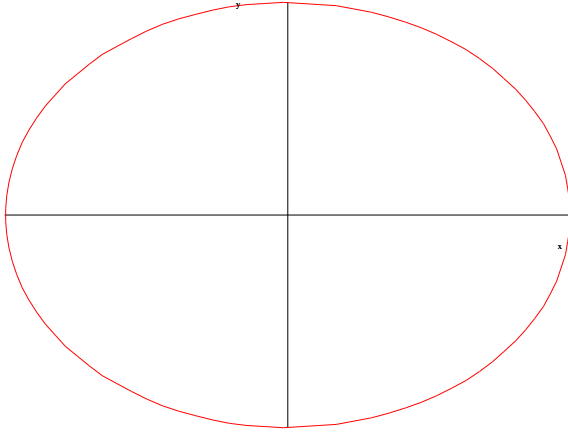
20. Dezember 2004

1 Aufgabe - H7

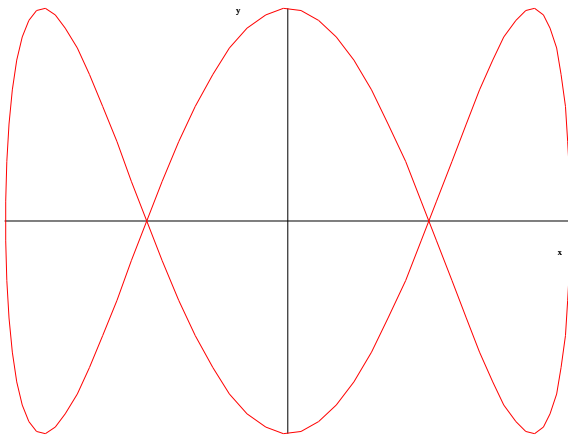
1.1 i)



1.2 ii)



1.3 iii)



2 Aufgabe - H8

2.1 a)

$$\begin{aligned}\vec{r}(t) &= \begin{pmatrix} R \cos(\omega t) \\ R \sin(\omega t) \\ v_z t \end{pmatrix} \\ \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} &= \begin{pmatrix} -R\omega \sin(\omega t) \\ R\omega \cos(\omega t) \\ v_z \end{pmatrix} \\ \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} &= -R\omega^2 \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{R^2\omega^2 \sin^2(\omega t) + R^2\omega^2 \cos^2(\omega t) + v_z^2} \\ &= \sqrt{R^2\omega^2 + v_z^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a &= R\omega^2 \sqrt{\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)} \\ &= R\omega^2\end{aligned}$$

$T = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 = \frac{1}{2}m|\vec{v}|^2$ bleibt konstant über die zeit, da auch $|\vec{v}|$ und m zeitlich konstant sind.

2.2 b)

Durch gleichsetzen von verschiedenen gleichungen unter der Annahme das $\vec{B} = ()$ kann man folgende Gleichungen aufstellen:

$$\begin{aligned}\vec{F} &= m\vec{a} \\ &= -mR\omega^2 \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \\ \vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= q \begin{pmatrix} v_y B_z - B_y v_z \\ v_z B_x - B_z v_x \\ v_x B_y - B_x v_y \end{pmatrix} \\ &= q \begin{pmatrix} R\omega \cos(\omega t) B_z - B_y v_z \\ v_z B_x + B_z R\omega \sin(\omega t) \\ -R\omega \sin(\omega t) B_y - B_x R\omega \cos(\omega t) \end{pmatrix} \\ &= q \begin{pmatrix} R\omega \cos(\omega t) B_z - B_y v_z \\ v_z B_x + B_z R\omega \sin(\omega t) \\ -R\omega (\sin(\omega t) B_y + B_x \cos(\omega t)) \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Dies lässt sich nur lösen, wenn $B_x = B_y = 0$ und $B_z \neq 0$ ist, womit gezeigt ist, das \vec{B} nur in z Richtung zeigt.

2.3 c)

Ganz allgemein kann man die Vektoren \vec{a} und \vec{v} auch so ausdrücken: $\vec{a} = \vec{a}\vec{e}_t + \vec{a}\vec{e}_n + \vec{a}\vec{e}_b$ und $\vec{v} = \vec{v}\vec{e}_t + \vec{v}\vec{e}_n + \vec{v}\vec{e}_b$. Im detail sieht das wie folgt aus:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= |\vec{v}| \vec{e}_t + 0\vec{e}_n + 0\vec{e}_b \\ &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \vec{e}_t + 0\vec{e}_n + 0\vec{e}_b \\ \vec{a} &= (\vec{a}\vec{e}_t) \vec{e}_t + \vec{a} \frac{\vec{v} \times (\vec{a} \times \vec{v})}{|\vec{v} \times (\vec{a} \times \vec{v})|} \vec{e}_n + 0\vec{e}_b \\ &= \frac{(a_x v_x + a_y v_y + a_z v_z)}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \vec{e}_t + \dots \vec{e}_n + 0\vec{e}_b\end{aligned}$$

2.4 d)

gerechnet mit CAS gerrechnet:

$$\begin{aligned}\lambda \vec{e}_t = \vec{v} &= \begin{pmatrix} -R\omega \sin(\omega t) \\ R\omega \cos(\omega t) \\ v_z \end{pmatrix} \\ \lambda \vec{e}_n = \vec{v} \times (\vec{a} \times \vec{v}) &= \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \\ \lambda \vec{e}_b = \vec{v} \times (\vec{v} \times (\vec{a} \times \vec{v})) &= \begin{pmatrix} -v_z \sin(\omega t) \\ v_z \cos(\omega t) \\ -R\omega \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\vec{v}(t) = |\vec{v}| \vec{e}_t + 0\vec{e}_n + 0\vec{e}_b$$

$$\vec{a} = 0\vec{e}_t + |\vec{a}| \vec{e}_n + 0\vec{e}_b$$