

Übungsaufgaben Theoretische Informatik I

Blatt 2

Marco Möller <Marco.Moeller@gmxpro.de>
Matrikel Nummer: 23220320

20. Dezember 2004

1 Aufgabe

1.1 Welche Sprache wird erzeugt?

$$L(G) = \{a^n b a^n \mid n \geq 0\}$$

1.2 Beweis:

Um den Beweis zu vereinfachen, will ich vorweg zeigen, dass die Grammatik

$$G' := (V, \Sigma, P', S)$$

mit

$$P' := \{S \rightarrow A; A \rightarrow aAa; A \rightarrow b\}$$

die gleiche Sprache $L(G') = L(G)$ erzeugt.

Da

$$(A \rightarrow aaAaa) \in (P')^2$$

$$A \rightarrow aAa \rightarrow aaAaa$$

und

$$(A \rightarrow aba) \in (P')^2$$

$$A \rightarrow aAa \rightarrow aba$$

gelten, lassen sich alle Worte aus $L(G')$ auch in $L(G)$ finden und umgekehrt.

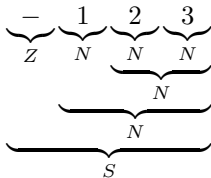
Den Beweis führe ich nun der Einfachheit halber mit $L(G')$ durch:

$$S \Rightarrow_{(1)} A \Rightarrow_{(2)}^n a^n A a^n \Rightarrow_{(3)} a^n b a^n$$

Die (1) Ableitung ist eindeutig, da es in P' nur eine Ableitungsregel für S gibt. Für A gibt es nun zwei verschiedene Regeln. Die Produktion $(A \Rightarrow b)$ führt zu einem Terminal, und beendet somit alle weiteren Ableitungen, und ist oben die (3). Die einzige Variationsmöglichkeit um auf verschiedene Wörter zu kommen, ist die Produktion $(A \Rightarrow aAa)$. Diese lässt sich nun beliebig häufig (n -mal) ausführen. Und zwar ohne dass es zu alternativen Ableitungsmöglichkeiten kommt, da diese die Anzahl der A konstant bei 1 belässt. Bei jedem Ableitungsschritt werden links und rechts vom A jeweils ein a hinzugefügt, was eben diese Anzahl der a auf n anwachsen lässt. q.e.d

2 Aufgabe

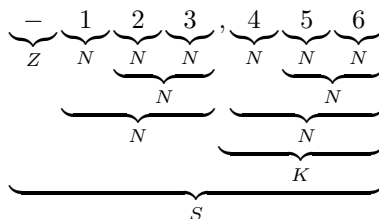
2.1 ganze Zahlen



Die ganzen Zahlen lassen sich in eine natürliche Zahl N und ein Vorzeichen Z aufteilen, wobei Z entweder Minus oder garnicht da sein kann. Eine Natürliche Zahl lässt sich wiederum entweder durch eine Ziffer ($0 \dots 9$) oder durch zwei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen darstellen.

$$\begin{aligned}
 G_1 &:= (V_1, \Sigma_1, P_1, S) \\
 V_1 &:= \{S, N, Z\} \\
 \Sigma_1 &:= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -, \epsilon\} \\
 P_1 &:= \{S \rightarrow ZN; \\
 &\quad Z \rightarrow \epsilon|-; \\
 &\quad N \rightarrow 1|2|3|4|5|6|7|8|9|NN\}
 \end{aligned}$$

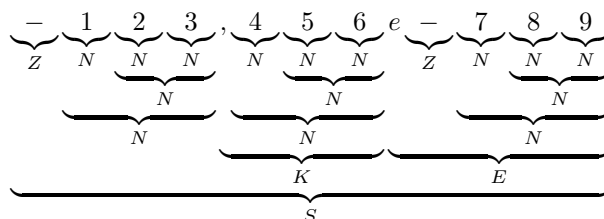
2.2 komma Zahlen



Die komma Zahlen lassen sich als ein ganze Zahlen gefolgt von einem Nachkommabereich K darstellen. K kann entweder nicht vorhanden sein, oder aus einem Komma und einer natürlichen Zahl bestehen.

$$\begin{aligned}
 G_2 &:= (V_2, \Sigma_2, P_2, S) \\
 V_2 &:= \{S, N, Z, K\} \\
 \Sigma_2 &:= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -, \epsilon, ,\} \\
 P_2 &:= \{S \rightarrow ZNK; \\
 &\quad Z \rightarrow \epsilon|-; \\
 &\quad N \rightarrow 1|2|3|4|5|6|7|8|9|NN; \\
 &\quad K \rightarrow ,N|\epsilon\}
 \end{aligned}$$

2.3 Fließkommazahlen



Die Flieskommazahlen lassen sich als ein Kommazahl gefolgt von einem Exponentbereich E darstellen. E kann entweder nicht vorhanden sein, oder aus einem e gefolgt von einer ganzen Zahl bestehen.

$$\begin{aligned}
 G_3 &:= (V_3, \Sigma_3, P_3, S) \\
 V_3 &:= \{S, N, Z, K, E\} \\
 \Sigma_3 &:= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -, \epsilon, ,, e\} \\
 P_3 &:= \{S \rightarrow ZNKE; \\
 &\quad Z \rightarrow \epsilon|-; \\
 &\quad N \rightarrow 1|2|3|4|5|6|7|8|9|NN; \\
 &\quad K \rightarrow ,N|\epsilon; \\
 &\quad E \rightarrow eZN|\epsilon\}
 \end{aligned}$$

Durch die ϵ -Regeln in den Sprachen lässt sich erreichen, das folgende Beziehung gilt:

$$L(G_1) \subseteq L(G_2) \subseteq L(G_3)$$