Übungsaufgaben Theoretische Informatik I
Blatt 2

Marco Möller <Marco.Moeller@gmxpro.de>
Matrikel Nummer: 23220320

20. Dezember 2004

1 Aufgabe

1.1 Welche Sprache wird erzeugt?

$$L(G) = \{a^n b a^n | n \geq 0\}$$

1.2 Beweis:

Um den Beweis zu vereinfachen, will ich vorweg zeigen, das die Grammatik

$$G' := (V, \Sigma, P', S)$$

mit

$$P' := \{S \to A; A \to aAa; A \to b\}$$

die gleiche Sprache $L(G') = L(G)$ erzeugt.

Da

$$(A \to aaAaa) \in (P')^2$$

$$A \to aAa \to aaAaa$$

und

$$(A \to aba) \in (P')^2$$

$$A \to aAa \to aba$$

gelten, lassen sich alle Worte aus $L(G')$ auch in $L(G)$ finden und umgekehrt.

Den Beweis führe ich nun der Einfachheit halber mit $L(G')$ durch:

$$S \Rightarrow_{(1)} A \Rightarrow_{(2)}^{n} a^n A a^n \Rightarrow_{(3)} a^n b a^n$$

Die (1) Ableitung ist eindeutig, da es in P' nur eine Ableitungsregel für S gibt. Für A gibt es nun zwei verschiedene Regeln. Die Produktion $(A \Rightarrow b)$ führt zu einem Terminal, und beendet somit alle weiteren Ableitungen, und ist oben die (3). Die einzige Variationsmöglichkeit um auf verschiedene Wörter zu kommen, ist die Produktion $(A \Rightarrow aAa)$. Diese lässt sich nun belibig häufig ($n-$mal) ausführen. Und zwar ohne das es zu alternativen Ableitungsmöglichkeiten kommt, da diese die Anzahl der A konstant bei 1 belässt. Bei jedem Ableitungsschritt werden links und rechts vom A jeweils ein a hinzugefügt, was eben diese Anzahl der a auf n anwachsen lässt. q.e.d

2 Aufgabe

2.1 ganze Zahlen

$$\underbrace{\underbrace{-}_{Z}\underbrace{\underbrace{1}_{N}\underbrace{\underbrace{2}_{N}\underbrace{3}_{N}}_{N}}_{N}}_{S}$$

Die ganzen Zahlen lassen sich in eine natürliche Zahl N und ein Vorzeichen Z aufteilen, wobei Z entweder Minus oder garnicht da sein kann. Eine Natürliche Zahl lässt sich widerrum entweder durch eine Ziffer $(0\dots 9)$ oder durch zwei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen darstellen.

$$\begin{aligned}
G_1 &:= (V_1, \Sigma_1, P_1, S)\\
V_1 &:= \{S, N, Z\}\\
\Sigma_1 &:= \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,-,\epsilon\}\\
P_1 &:= \{S \rightarrow ZN;\\
&\quad Z \rightarrow \epsilon|-;\\
&\quad N \rightarrow 1|2|3|4|5|6|7|8|9|NN\}
\end{aligned}$$

2.2 komma Zahlen

$$\underbrace{\underbrace{-}_{Z}\underbrace{\underbrace{1}_{N}\underbrace{\underbrace{2}_{N}\underbrace{3}_{N}}_{N}}_{N}\underbrace{,\underbrace{\underbrace{4}_{N}\underbrace{\underbrace{5}_{N}\underbrace{6}_{N}}_{N}}_{N}}_{K}}_{S}$$

Die komma Zahlen lassen sich als ein ganze Zahlen gefolgt von einem Nachkommabereich K darstellen. K kann entweder nicht vorhanden sein, oder aus einem Komma und einer natürlichen Zahl bestehen.

$$\begin{aligned}
G_2 &:= (V_2, \Sigma_2, P_2, S)\\
V_2 &:= \{S, N, Z, K\}\\
\Sigma_2 &:= \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,-,\epsilon,,\}\\
P_2 &:= \{S \rightarrow ZNK;\\
&\quad Z \rightarrow \epsilon|-;\\
&\quad N \rightarrow 1|2|3|4|5|6|7|8|9|NN;\\
&\quad K \rightarrow ,N|\epsilon\}
\end{aligned}$$

2.3 Fließkommazahlen

$$\underbrace{\underbrace{-}_{Z}\underbrace{\underbrace{1}_{N}\underbrace{\underbrace{2}_{N}\underbrace{3}_{N}}_{N}}_{N}\underbrace{,\underbrace{\underbrace{4}_{N}\underbrace{\underbrace{5}_{N}\underbrace{6}_{N}}_{N}}_{N}}_{K}\underbrace{e\underbrace{-}_{Z}\underbrace{\underbrace{7}_{N}\underbrace{\underbrace{8}_{N}\underbrace{9}_{N}}_{N}}_{N}}_{E}}_{S}$$

Die Flieskommazahlen lassen sich als ein Kommazahl gefolgt von einem Exponentbereich E darstellen. E kann entweder nicht vorhanden sein, oder aus einem e gefolgt von einer ganzen Zahl bestehn.

$$\begin{aligned}
G_3 &:= (V_3, \Sigma_3, P_3, S)\\
V_3 &:= \{S, N, Z, K, E\}\\
\Sigma_3 &:= \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,-,\epsilon,,,e\}\\
P_3 &:= \{S \to ZNKE;\\
&\quad\; Z \to \epsilon|-;\\
&\quad\; N \to 1|2|3|4|5|6|7|8|9|NN;\\
&\quad\; K \to ,N|\epsilon;\\
&\quad\; E \to eZN|\epsilon\}
\end{aligned}$$

Durch die ϵ-Regeln in den Sprachen lässt sich erreichen, das folgende Beziehung gilt:

$$L(G_1) \subseteq L(G_2) \subseteq L(G_3)$$