

# Übungsaufgaben Theoretische Informatik I

## Blatt 2

Marco Möller <Marco.Moeller@gmxpro.de>  
Matrikel Nummer: 23220320

20. Dezember 2004

### 1 Aufgabe

#### 1.1 Welche Sprache wird erzeugt?

$$L(G) = \{a^n b a^n \mid n \geq 0\}$$

#### 1.2 Beweis:

Um den Beweis zu vereinfachen, will ich vorweg zeigen, dass die Grammatik

$$G' := (V, \Sigma, P', S)$$

mit

$$P' := \{S \rightarrow A; A \rightarrow aAa; A \rightarrow b\}$$

die gleiche Sprache  $L(G') = L(G)$  erzeugt.

Da

$$(A \rightarrow aaAaa) \in (P')^2$$

$$A \rightarrow aAa \rightarrow aaAaa$$

und

$$(A \rightarrow aba) \in (P')^2$$

$$A \rightarrow aAa \rightarrow aba$$

gelten, lassen sich alle Worte aus  $L(G')$  auch in  $L(G)$  finden und umgekehrt.

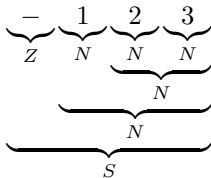
Den Beweis führe ich nun der Einfachheit halber mit  $L(G')$  durch:

$$S \Rightarrow_{(1)} A \Rightarrow_{(2)}^n a^n A a^n \Rightarrow_{(3)} a^n b a^n$$

Die (1) Ableitung ist eindeutig, da es in  $P'$  nur eine Ableitungsregel für  $S$  gibt. Für  $A$  gibt es nun zwei verschiedene Regeln. Die Produktion  $(A \Rightarrow b)$  führt zu einem Terminal, und beendet somit alle weiteren Ableitungen, und ist oben die (3). Die einzige Variationsmöglichkeit um auf verschiedene Wörter zu kommen, ist die Produktion  $(A \Rightarrow aAa)$ . Diese lässt sich nun beliebig häufig ( $n$ -mal) ausführen. Und zwar ohne dass es zu alternativen Ableitungsmöglichkeiten kommt, da diese die Anzahl der  $A$  konstant bei 1 belässt. Bei jedem Ableitungsschritt werden links und rechts vom  $A$  jeweils ein  $a$  hinzugefügt, was eben diese Anzahl der  $a$  auf  $n$  anwachsen lässt. q.e.d

## 2 Aufgabe

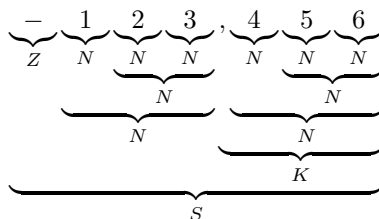
### 2.1 ganze Zahlen



Die ganzen Zahlen lassen sich in eine natürliche Zahl  $N$  und ein Vorzeichen  $Z$  aufteilen, wobei  $Z$  entweder Minus oder garnicht da sein kann. Eine Natürliche Zahl lässt sich wiederum entweder durch eine Ziffer ( $0 \dots 9$ ) oder durch zwei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen darstellen.

$$\begin{aligned}
 G_1 &:= (V_1, \Sigma_1, P_1, S) \\
 V_1 &:= \{S, N, Z\} \\
 \Sigma_1 &:= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -, \epsilon\} \\
 P_1 &:= \{S \rightarrow ZN; \\
 &\quad Z \rightarrow \epsilon|-; \\
 &\quad N \rightarrow 1|2|3|4|5|6|7|8|9|NN\}
 \end{aligned}$$

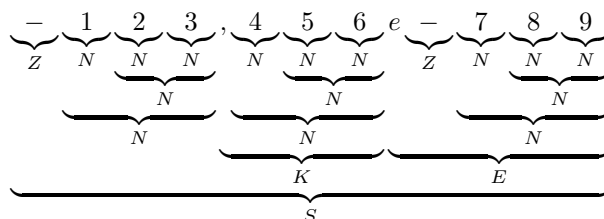
### 2.2 komma Zahlen



Die komma Zahlen lassen sich als ein ganze Zahlen gefolgt von einem Nachkommabereich  $K$  darstellen.  $K$  kann entweder nicht vorhanden sein, oder aus einem Komma und einer natürlichen Zahl bestehen.

$$\begin{aligned}
 G_2 &:= (V_2, \Sigma_2, P_2, S) \\
 V_2 &:= \{S, N, Z, K\} \\
 \Sigma_2 &:= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -, \epsilon, ,\} \\
 P_2 &:= \{S \rightarrow ZNK; \\
 &\quad Z \rightarrow \epsilon|-; \\
 &\quad N \rightarrow 1|2|3|4|5|6|7|8|9|NN; \\
 &\quad K \rightarrow ,N|\epsilon\}
 \end{aligned}$$

### 2.3 Fließkommazahlen



Die Flieskommazahlen lassen sich als ein Kommazahl gefolgt von einem Exponentbereich  $E$  darstellen.  $E$  kann entweder nicht vorhanden sein, oder aus einem  $e$  gefolgt von einer ganzen Zahl bestehen.

$$\begin{aligned}
 G_3 &:= (V_3, \Sigma_3, P_3, S) \\
 V_3 &:= \{S, N, Z, K, E\} \\
 \Sigma_3 &:= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -, \epsilon, ,, e\} \\
 P_3 &:= \{S \rightarrow ZNKE; \\
 &\quad Z \rightarrow \epsilon|-; \\
 &\quad N \rightarrow 1|2|3|4|5|6|7|8|9|NN; \\
 &\quad K \rightarrow ,N|\epsilon; \\
 &\quad E \rightarrow eZN|\epsilon\}
 \end{aligned}$$

Durch die  $\epsilon$ -Regeln in den Sprachen lässt sich erreichen, das folgende Beziehung gilt:

$$L(G_1) \subseteq L(G_2) \subseteq L(G_3)$$