Übungsaufgaben Theoretische Informatik I
Blatt 4

Marco Möller <Marco.Moeller@gmxpro.de>
Matrikel Nummer: 23220320

20. Dezember 2004

1 Aufgabe

1.1 Zeichnung des Zustandsgraphen von M

Abbildung 1: Zustandsgraph von M

`/home/caller/Documents/theoinf/aufgabe4/zustandsgraph1a.pdf not found!`

1.2 Grammatik G zu M

$$
\begin{aligned}
G &:= (V, \Sigma, P, z_0) \\
V &:= \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\} \\
\Sigma &:= \{0, 1, -, e\} \\
P &:= \{z_0 \to 0z_1|1z_2; \\
&\quad\; z_1 \to 0z_2|1z_2|-z_3; \\
&\quad\; z_2 \to 0z_1|1z_1|-z_3; \\
&\quad\; z_3 \to 0z_3|1z_3|e\}
\end{aligned}
$$

1.3 Sprache von G bzw. M

Behauptung:

$$L(G) = M = \left\{(l - re) \in \Sigma^* | l \in \{0,1\}^+ \wedge r \in \{0,1\}^*\right\}$$

Um den Beweis zu erleichtern, will ich vorweg darlegen, dass sich die Grammatik wie folgt vereinfachen lässt, ohne das die beschriebene Sprache verändert wird.

$$
\begin{aligned}
G' &:= (V', \Sigma, P', z_0) \\
V &:= \{z_0, z_x, z_3\} \\
\Sigma &:= \{0, 1, -, e\} \\
P' &:= \{z_0 \to 0z_x|1z_x; \\
&\quad\; z_x \to 0z_x|1z_x|-z_3; \\
&\quad\; z_3 \to 0z_3|1z_3|e\}
\end{aligned}
$$

$$L(G) = L(G')$$

Als allererstes habe ich die Variable z_4 weggelassen, da sie in keiner Produktion vorkommt, und somit keinerlei Funktion übernimmt. Desweiteren lässt sich hier aus z_0 nun wie beim Orgninal G eine 0 bzw. 1 gefolgt von einer Variablen (hier z_x) Ableiten. Bei dieser gibt es wie im Orginal die Möglichkeit sie auf $-z_3$ abzuleiten. Die übrigen Regel für z_1 und z_2 haben es erlaubt zwischenzeitig eine belibige $0, 1$ Folge zu erzeugen. Dies ist ebenfalls mit den neuen Regeln möglich. Da es in beiden Grammatiken keine weiteren Regeln bezüglich z_0, z_1, z_2, z_x gibt, kann auch nicht zusätzlich etwas unerwünschtes abgeleitet werden. Den eigentlichen Beweis führe ich nun mit der Grammaik G' durch

Beweis: $L(G') = M$:

$$z_0 \Rightarrow^1_{(1)} \{0,1\}^1 \Rightarrow^n_{(2)} \{0,1\}^{1+n} \Rightarrow^1_{(3)} \{0,1\}^{1+n} - \Rightarrow^m_{(4)} \{0,1\}^{1+n} - \{0,1\}^m \Rightarrow^1_{(5)} \{0,1\}^{1+n} - \{0,1\}^m e$$

Nun zu den einzelnen Ableitungsschritten:

1. von z_0 führen nur die Ableitungen $z_0 \to 0z_x|1z_x$ fort, so dass eine der beiden Ableitungen beteiligt sein muss.
2. aus z_x lässt sich durch die n-fache Anwendung der Ableitungsregeln $z_x \to 0z_x|1z_x$ die Anzahl der $0/1$en um n steigern (auch 0mal erlaubt)
3. ansonsten lässt sich aus z_x nur noch$-z_3$ Ableiten, wodurch des Wort um ein $-$ ergänzt wird
4. aus z_3 lässt sich durch die m-fache Anwendung der Ableitungsregeln $z_3 \to 0z_3|1z_3$ weitere m $0/1$en an das Wort anhängen (auch 0mal erlaubt)
5. nun gibt es nur noch die Ableitungsregel $z_3 \to e$ wodurch das Wort nurnoch aus Terminalen besteht, und keine weiteren Regelanwendungen mehr möglich sind.

Das einzige, was sich an diesem Ableitungsweg variieren lässt, sind m und n, wodurch eindeutig beschrieben ist, das $L(G') = L(G) = M$ gilt.

2 Grammatik für Fließkommazahlen

2.1 Grammatik G_2

$$\begin{aligned}
G_2 &:= (V, \Sigma, P, z_0)\\
V &:= \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7\}\\
\Sigma &:= \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,-,e,","\}\\
P &:= \{z_0 \to 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_2|1z_2|2z_2|3z_2|4z_2|5z_2|6z_2|7z_2|8z_2|9z_2| - z_1;\\
&\quad z_1 \to 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_2|1z_2|2z_2|3z_2|4z_2|5z_2|6z_2|7z_2|8z_2|9z_2;\\
&\quad z_2 \to 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_2|1z_2|2z_2|3z_2|4z_2|5z_2|6z_2|7z_2|8z_2|9z_2|, z_3|ez_5;\\
&\quad z_3 \to 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_4|1z_4|2z_4|3z_4|4z_4|5z_4|6z_4|7z_4|8z_4|9z_4;\\
&\quad z_4 \to 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_4|1z_4|2z_4|3z_4|4z_4|5z_4|6z_4|7z_4|8z_4|9z_4|ez_5;\\
&\quad z_5 \to 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_7|1z_7|2z_7|3z_7|4z_7|5z_7|6z_7|7z_7|8z_7|9z_7| - z_6;\\
&\quad z_6 \to 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_7|1z_7|2z_7|3z_7|4z_7|5z_7|6z_7|7z_7|8z_7|9z_7;\\
&\quad z_7 \to 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_7|1z_7|2z_7|3z_7|4z_7|5z_7|6z_7|7z_7|8z_7|9z_7|\}
\end{aligned}$$

$$L = \left\{([-]\, l\, [,l]\, [e\, [-]\, l]) \in \Sigma^* | l \in \{0,1,\ldots,9\}^+\right\}$$

Um zu zeigen, dass es sich bei G_2 wirklich um eine Typ 3 Grammatik handelt, muss ich alle Kriterien überprüfen, die für eine Typ 3 Grammatik (und ersrecht für eine Grammatik im allgemeinen) erfüllt sein müssen. Folgede Kriterien sind alle erfüllt:

- $V \cap \Sigma = \emptyset$
- $z_0 \in V$
- $\varepsilon \notin V$
- $\forall_P^{(l \rightarrow r)} : l \in V \wedge r \in (\Sigma \cup V\Sigma)$

2.2 Zustangsgraph

Abbildung 2: Zustandsgraph von G_2

/home/caller/Documents/theoinf/aufgabe4/zustandsgraph2b.pdf not found!