

# Übungsaufgaben Theoretische Informatik I

## Blatt 4

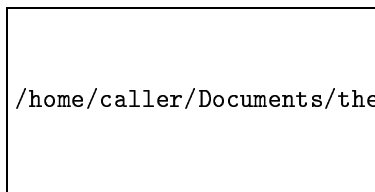
Marco Möller <Marco.Moeller@gmxpro.de>  
Matrikel Nummer: 23220320

20. Dezember 2004

### 1 Aufgabe

#### 1.1 Zeichnung des Zustandsgraphen von $M$

Abbildung 1: Zustandsgraph von  $M$



#### 1.2 Grammatik $G$ zu $M$

$$\begin{aligned} G &:= (V, \Sigma, P, z_0) \\ V &:= \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\} \\ \Sigma &:= \{0, 1, -, e\} \\ P &:= \{z_0 \rightarrow 0z_1|1z_2; \\ &\quad z_1 \rightarrow 0z_2|1z_2| - z_3; \\ &\quad z_2 \rightarrow 0z_1|1z_1| - z_3; \\ &\quad z_3 \rightarrow 0z_3|1z_3|e\} \end{aligned}$$

#### 1.3 Sprache von $G$ bzw. $M$

Behauptung:

$$L(G) = M = \{(l - re) \in \Sigma^* \mid l \in \{0, 1\}^+ \wedge r \in \{0, 1\}^*\}$$

Um den Beweis zu erleichtern, will ich vorweg darlegen, dass sich die Grammatik wie folgt vereinfachen lässt, ohne dass die beschriebene Sprache verändert wird.

$$\begin{aligned} G' &:= (V', \Sigma, P', z_0) \\ V' &:= \{z_0, z_x, z_3\} \\ \Sigma &:= \{0, 1, -, e\} \\ P' &:= \{z_0 \rightarrow 0z_x|1z_x; \\ &\quad z_x \rightarrow 0z_x|1z_x| - z_3; \\ &\quad z_3 \rightarrow 0z_3|1z_3|e\} \end{aligned}$$

$$L(G) = L(G')$$

Als allererstes habe ich die Variable  $z_4$  weggelassen, da sie in keiner Produktion vorkommt, und somit keinerlei Funktion übernimmt. Desweiteren lässt sich hier aus  $z_0$  nun wie beim Original  $G$  eine 0 bzw. 1 gefolgt von einer Variablen (hier  $z_x$ ) Ableiten. Bei dieser gibt es wie im Original die Möglichkeit sie auf  $-z_3$  abzuleiten. Die übrigen Regeln für  $z_1$  und  $z_2$  haben es erlaubt zwischenzeitig eine beliebige 0, 1 Folge zu erzeugen. Dies ist ebenfalls mit den neuen Regeln möglich. Da es in beiden Grammatiken keine weiteren Regeln bezüglich  $z_0, z_1, z_2, z_x$  gibt, kann auch nicht zusätzlich etwas unerwünschtes abgeleitet werden. Den eigentlichen Beweis führe ich nun mit der Grammatik  $G'$  durch

Beweis:  $L(G') = M$ :

$$z_0 \Rightarrow_{(1)}^1 \{0, 1\}^1 \Rightarrow_{(2)}^n \{0, 1\}^{1+n} \Rightarrow_{(3)}^1 \{0, 1\}^{1+n} - \Rightarrow_{(4)}^m \{0, 1\}^{1+n} - \{0, 1\}^m \Rightarrow_{(5)}^1 \{0, 1\}^{1+n} - \{0, 1\}^m e$$

Nun zu den einzelnen Ableitungsschritten:

1. von  $z_0$  führen nur die Ableitungen  $z_0 \rightarrow 0z_x|1z_x$  fort, so dass eine der beiden Ableitungen beteiligt sein muss.
2. aus  $z_x$  lässt sich durch die  $n$ -fache Anwendung der Ableitungsregeln  $z_x \rightarrow 0z_x|1z_x$  die Anzahl der 0/1en um  $n$  steigern (auch 0mal erlaubt)
3. ansonsten lässt sich aus  $z_x$  nur noch  $-z_3$  ableiten, wodurch das Wort um ein  $-$  ergänzt wird
4. aus  $z_3$  lässt sich durch die  $m$ -fache Anwendung der Ableitungsregeln  $z_3 \rightarrow 0z_3|1z_3$  weitere  $m$  0/1en an das Wort anhängen (auch 0mal erlaubt)
5. nun gibt es nur noch die Ableitungsregel  $z_3 \rightarrow e$  wodurch das Wort nun noch aus Terminalen besteht, und keine weiteren Regelnanwendungen mehr möglich sind.

Das einzige, was sich an diesem Ableitungsweg variieren lässt, sind  $m$  und  $n$ , wodurch eindeutig beschrieben ist, dass  $L(G') = L(G) = M$  gilt.

## 2 Grammatik für Fließkommazahlen

### 2.1 Grammatik $G_2$

$$G_2 := (V, \Sigma, P, z_0)$$

$$V := \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7\}$$

$$\Sigma := \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -, e, ", '\}$$

$$P := \{z_0 \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_2|1z_2|2z_2|3z_2|4z_2|5z_2|6z_2|7z_2|8z_2|9z_2| - z_1;$$

$$z_1 \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_2|1z_2|2z_2|3z_2|4z_2|5z_2|6z_2|7z_2|8z_2|9z_2;$$

$$z_2 \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_2|1z_2|2z_2|3z_2|4z_2|5z_2|6z_2|7z_2|8z_2|9z_2|, z_3|ez_5;$$

$$z_3 \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_4|1z_4|2z_4|3z_4|4z_4|5z_4|6z_4|7z_4|8z_4|9z_4;$$

$$z_4 \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_4|1z_4|2z_4|3z_4|4z_4|5z_4|6z_4|7z_4|8z_4|9z_4|ez_5;$$

$$z_5 \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_7|1z_7|2z_7|3z_7|4z_7|5z_7|6z_7|7z_7|8z_7|9z_7| - z_6;$$

$$z_6 \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_7|1z_7|2z_7|3z_7|4z_7|5z_7|6z_7|7z_7|8z_7|9z_7;$$

$$z_7 \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|0z_7|1z_7|2z_7|3z_7|4z_7|5z_7|6z_7|7z_7|8z_7|9z_7\}$$

$$L = \left\{ ([-]l, l) [e [-]l] \in \Sigma^* \mid l \in \{0, 1, \dots, 9\}^+ \right\}$$

Um zu zeigen, dass es sich bei  $G_2$  wirklich um eine Typ 3 Grammatik handelt, muss ich alle Kriterien überprüfen, die für eine Typ 3 Grammatik (und ersrecht für eine Grammatik im allgemeinen) erfüllt sein müssen. Folgende Kriterien sind alle erfüllt:

/home/caller/Documents/theoinf/aufgabe4/zustandsgraph2b.pdf not found!

- $\cap \Sigma = \emptyset$
- $\in V$
- $\notin V$
- $(l \rightarrow r) : l \in V \wedge r \in (\Sigma \cup V \Sigma)$

## 2.2 Zustangsgraph



Abbildung 2: Zustandsgraph von  $G_2$